

Ricerca su Grafi: da Google Maps alle Missioni Spaziali

Gianluca Torta

Dipartimento di Informatica, Università di Torino



Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

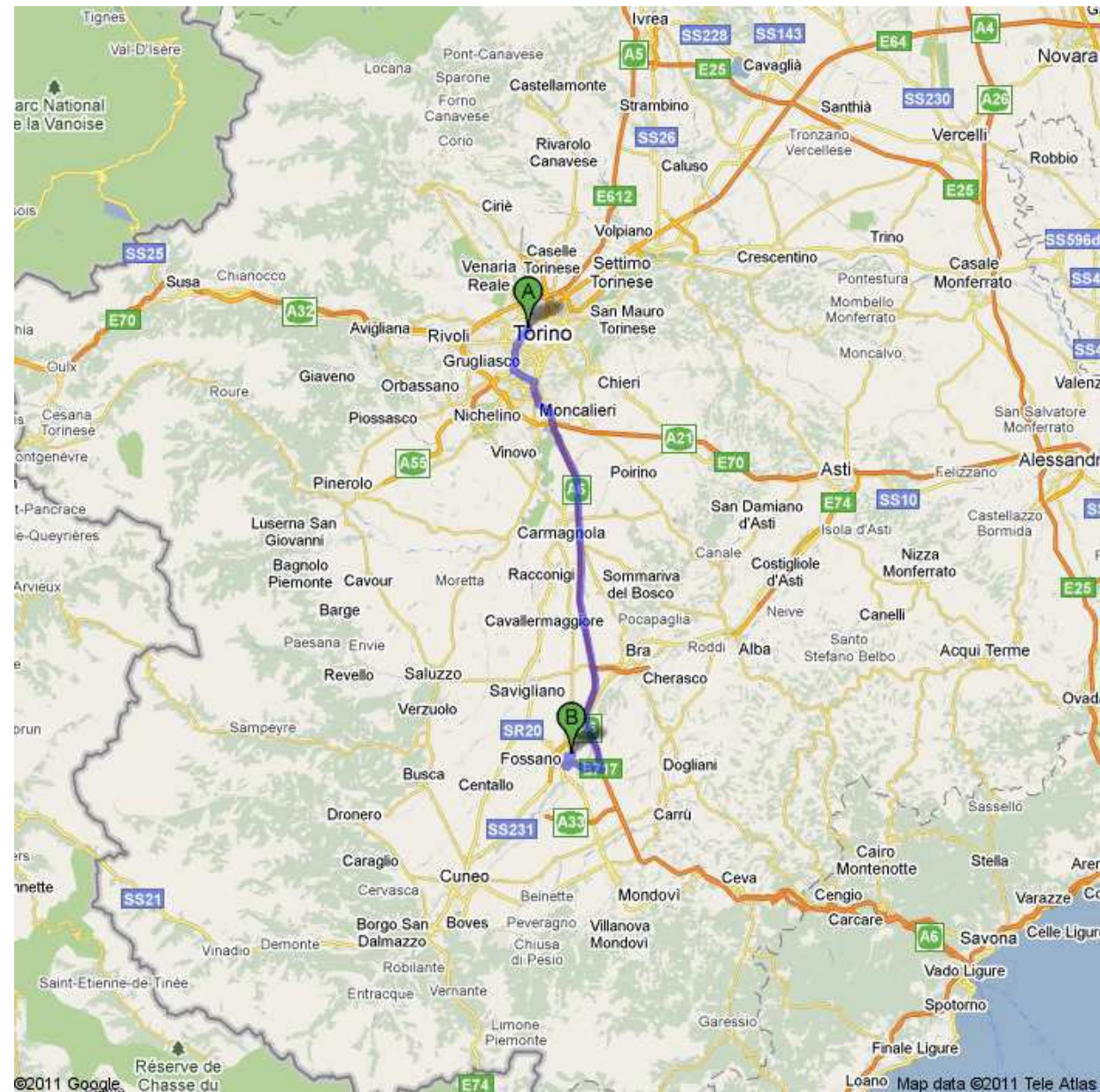
Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali



Grafo di una Mappa

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

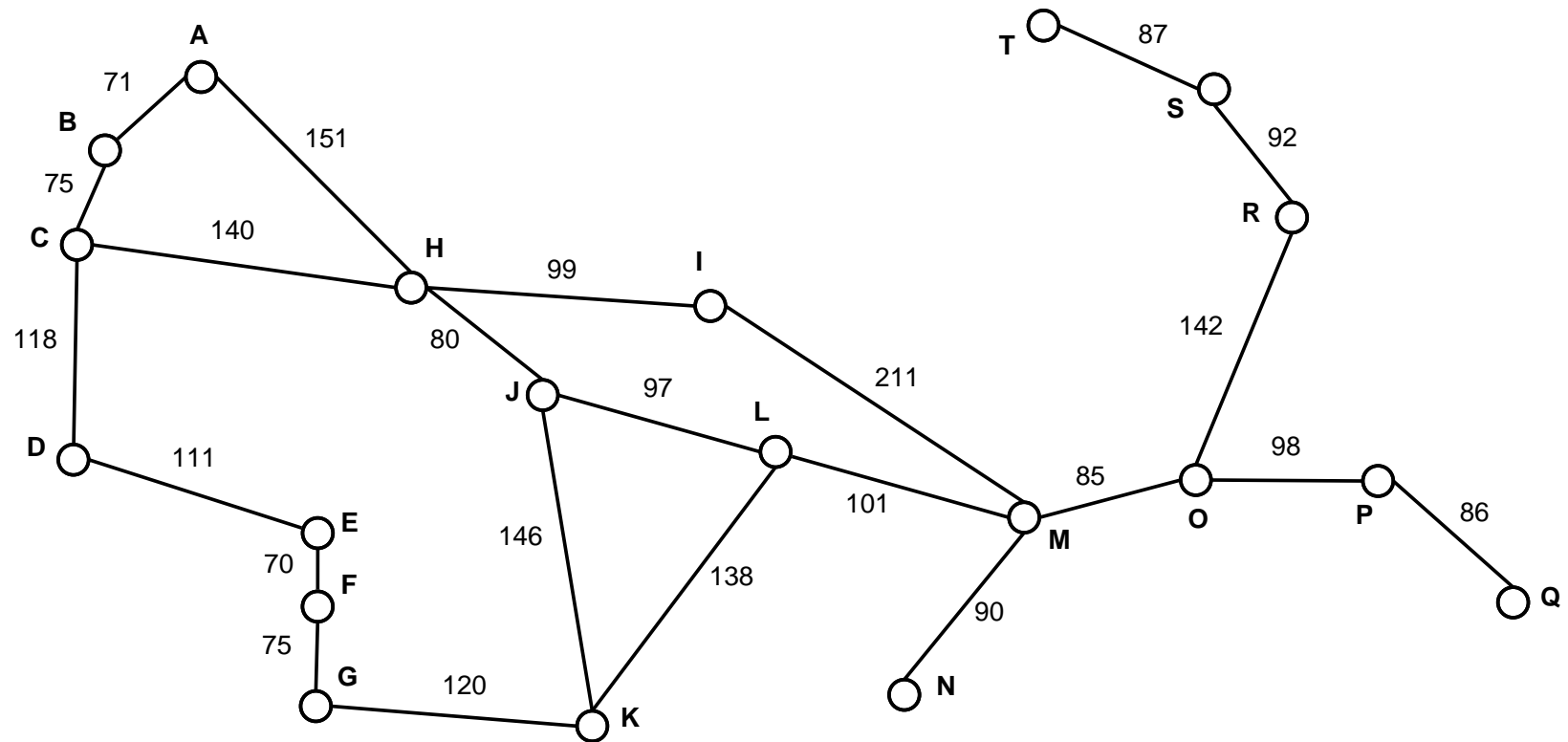
Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali



Grafo $G = (V, E)$ dove:

- V è l'insieme di *vertici* $\{A, B, \dots\}$
- E è l'insieme di *archi* $\{AB, BC, \dots\}$, ciascuno con un *costo*

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

Problema del Cammino Minimo:

dato $G = (V, E)$ e due vertici x, y trovare il cammino di costo minimo in G tra x e y

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

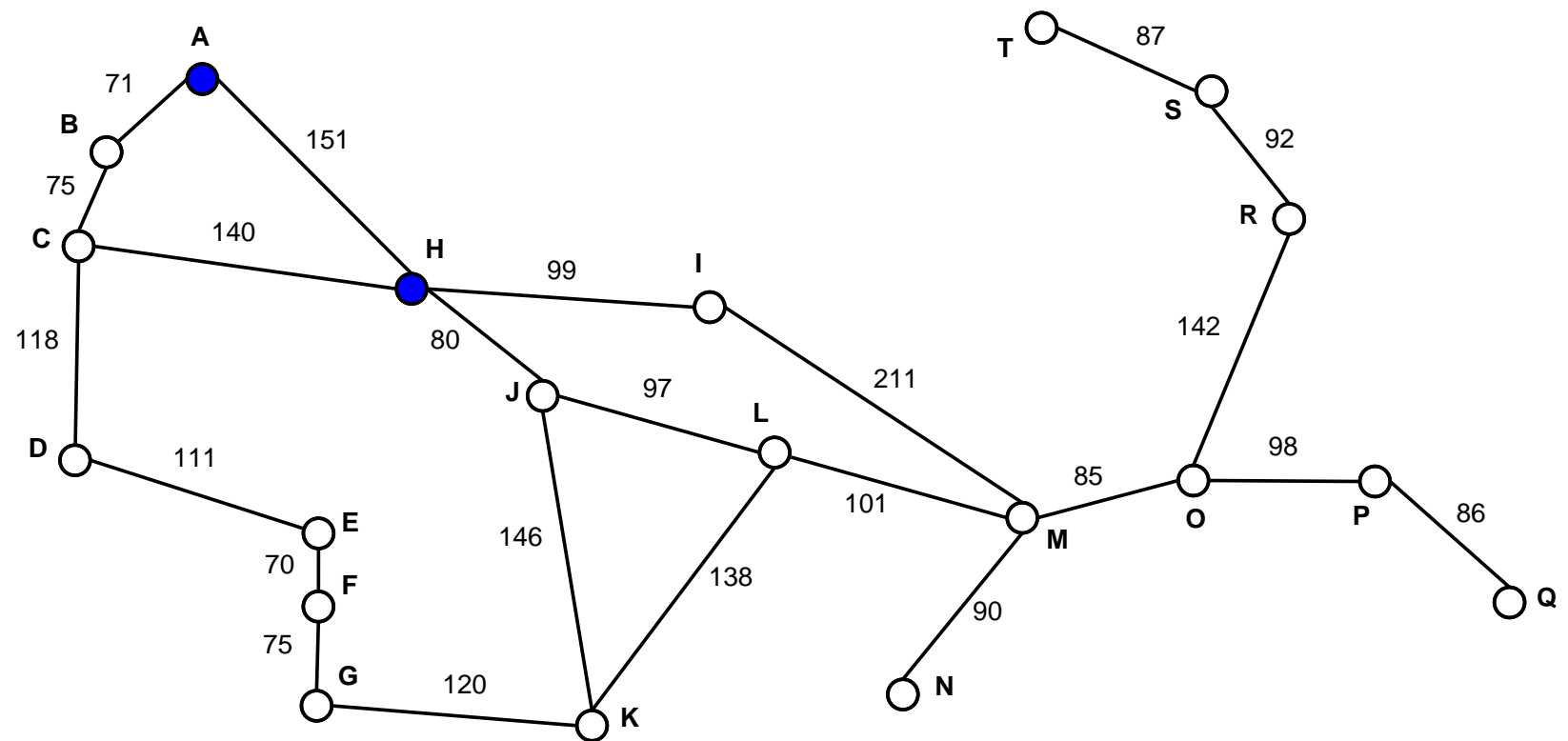
Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

Problema del Cammino Minimo:

dato $G = (V,E)$ e due vertici x, y trovare il cammino di costo minimo in G tra x e y



Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

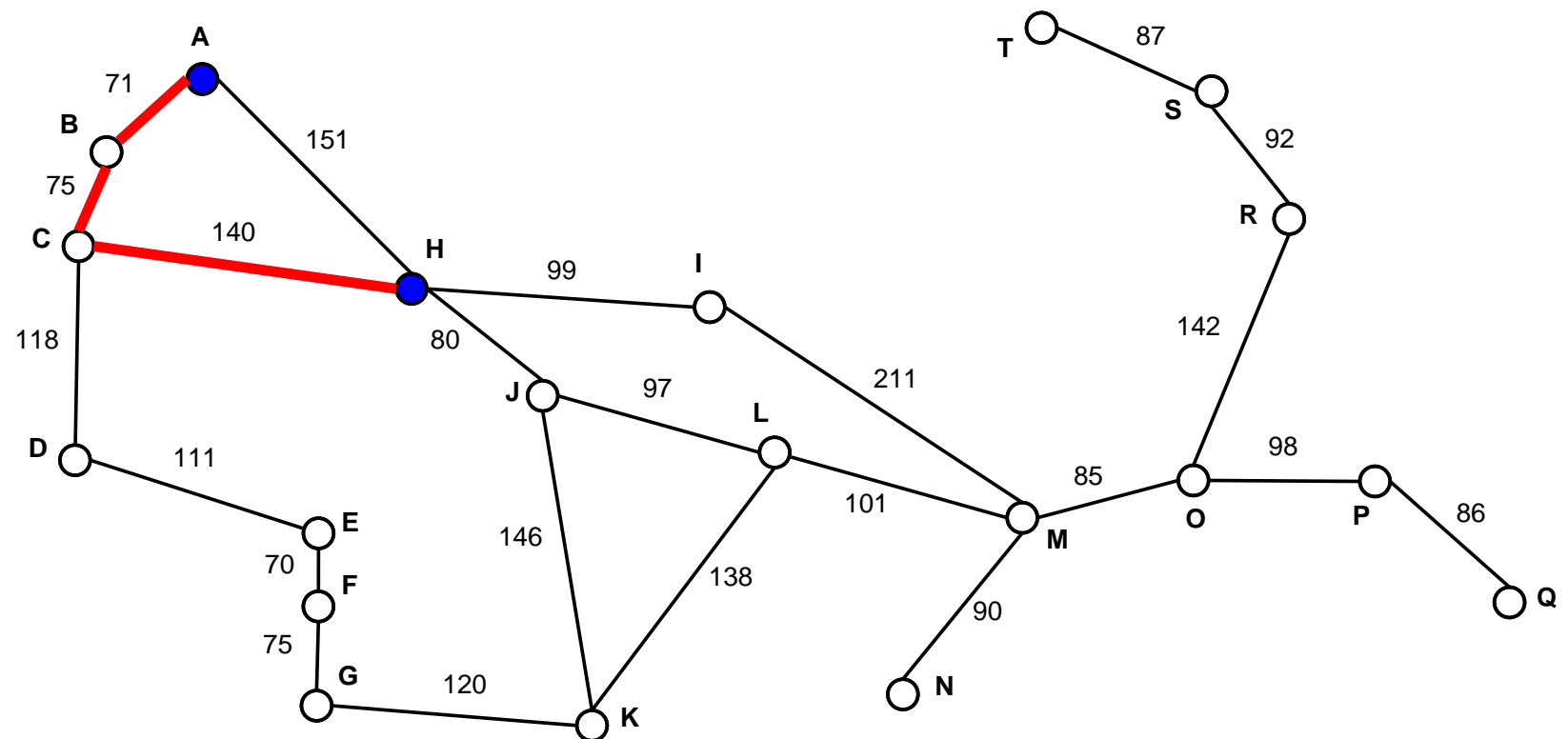
Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

Problema del Cammino Minimo:

dato $G = (V,E)$ e due vertici x, y trovare il cammino di costo minimo in G tra x e y



Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

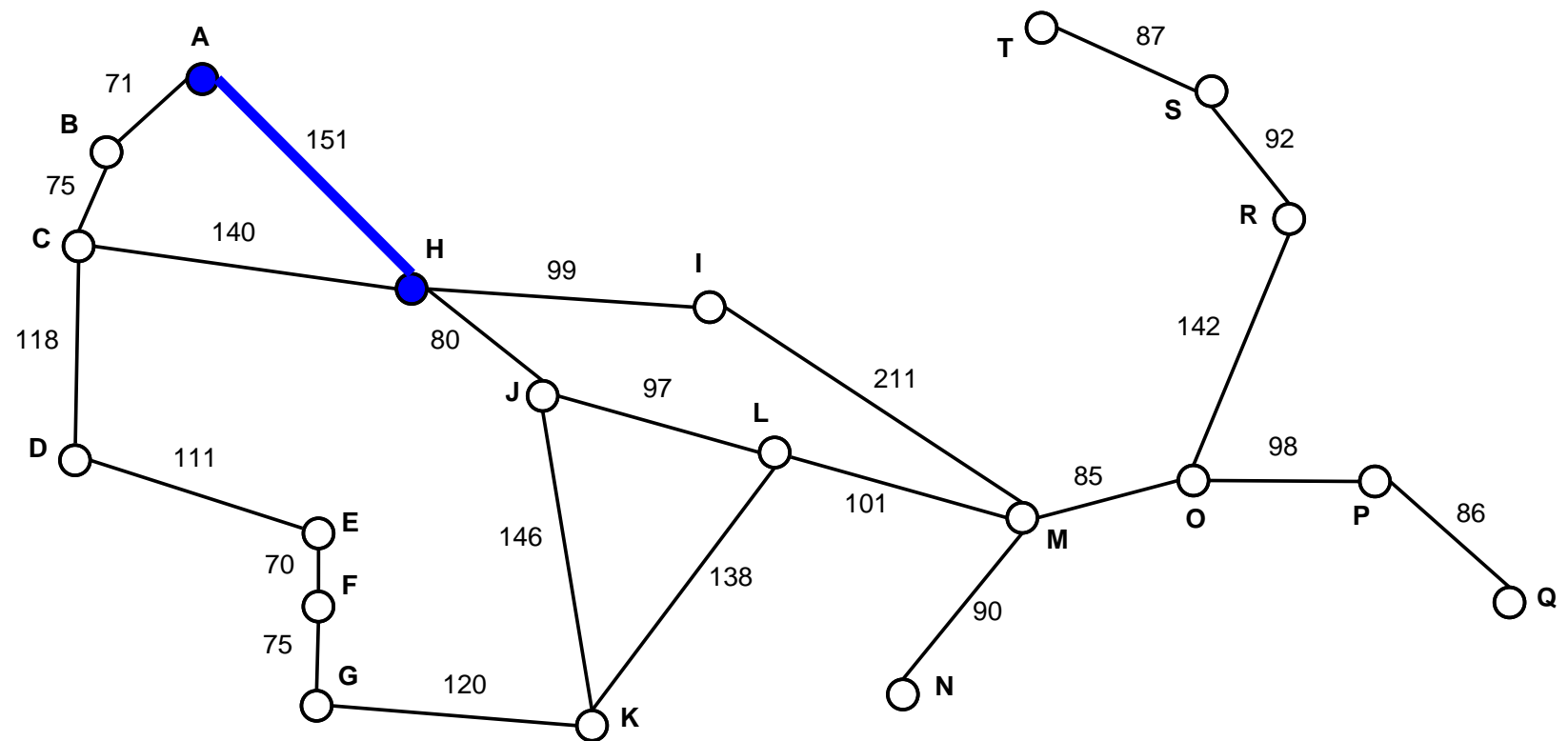
Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

Problema del Cammino Minimo:

dato $G = (V,E)$ e due vertici x, y trovare il cammino di costo minimo in G tra x e y



Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

Albero:

grafo $G = (V, E)$ tale che tra due vertici esiste uno e un solo cammino

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

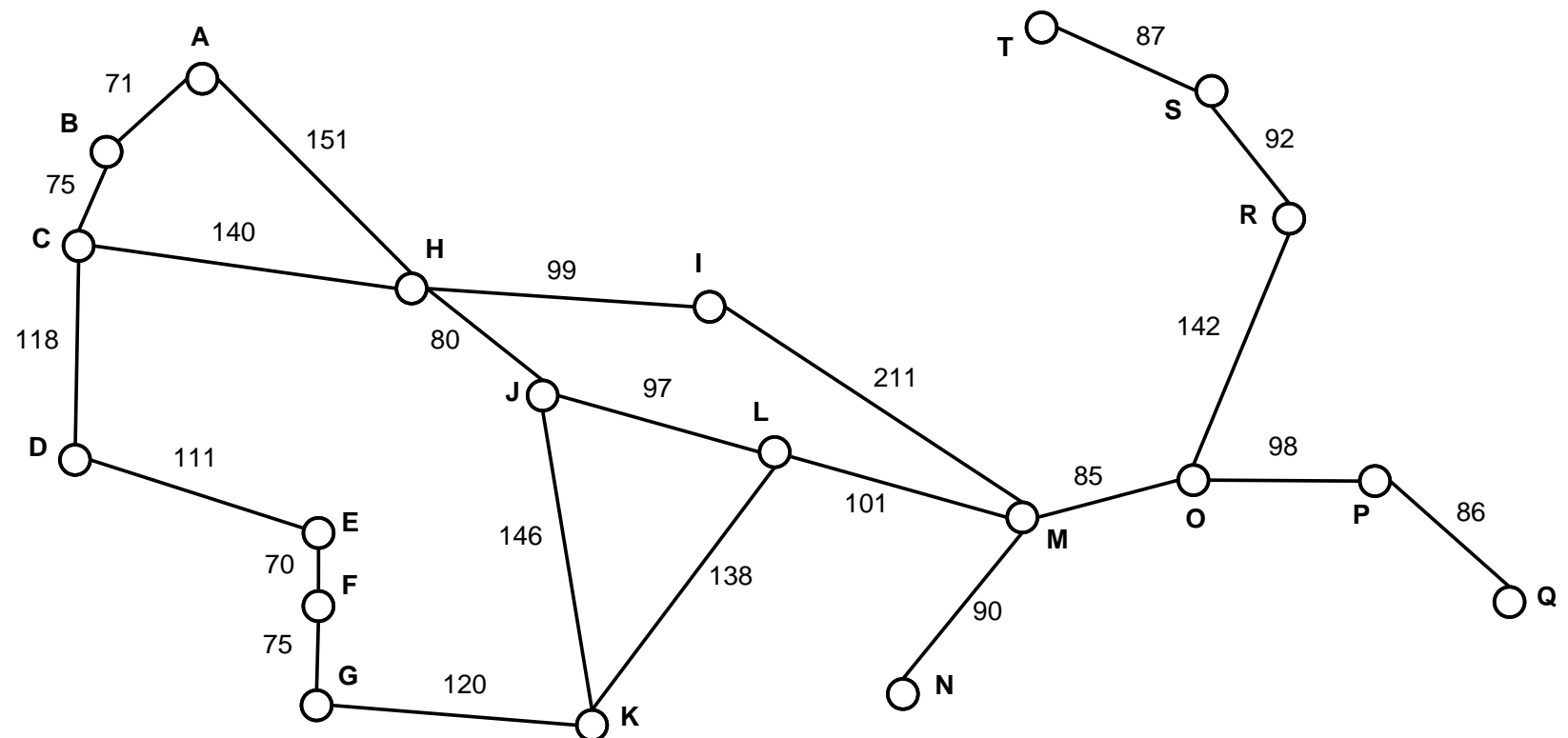
Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

Albero:

grafo $G = (V, E)$ tale che tra due vertici esiste uno e un solo cammino



Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

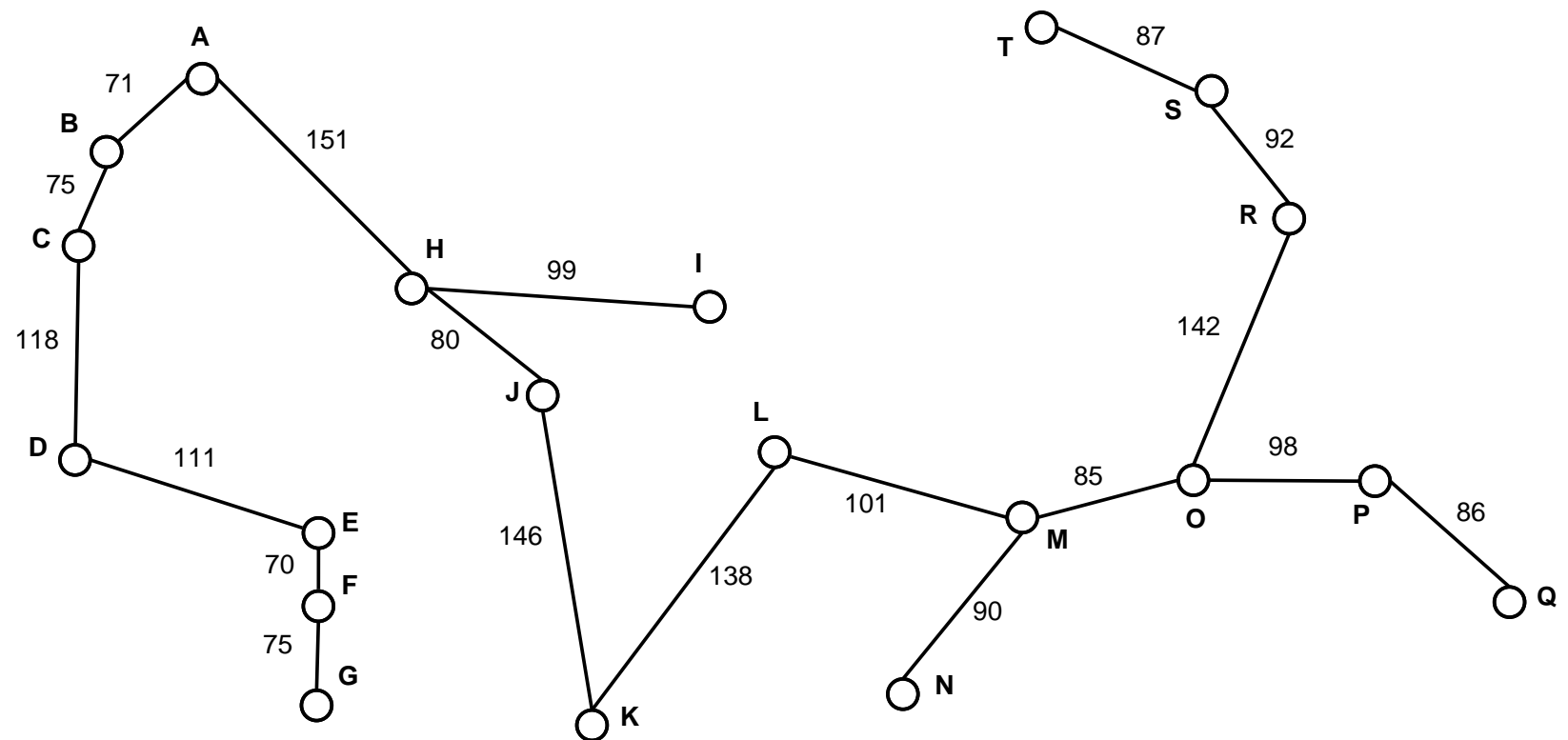
Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

Albero:

grafo $G = (V, E)$ tale che tra due vertici esiste uno e un solo cammino



Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

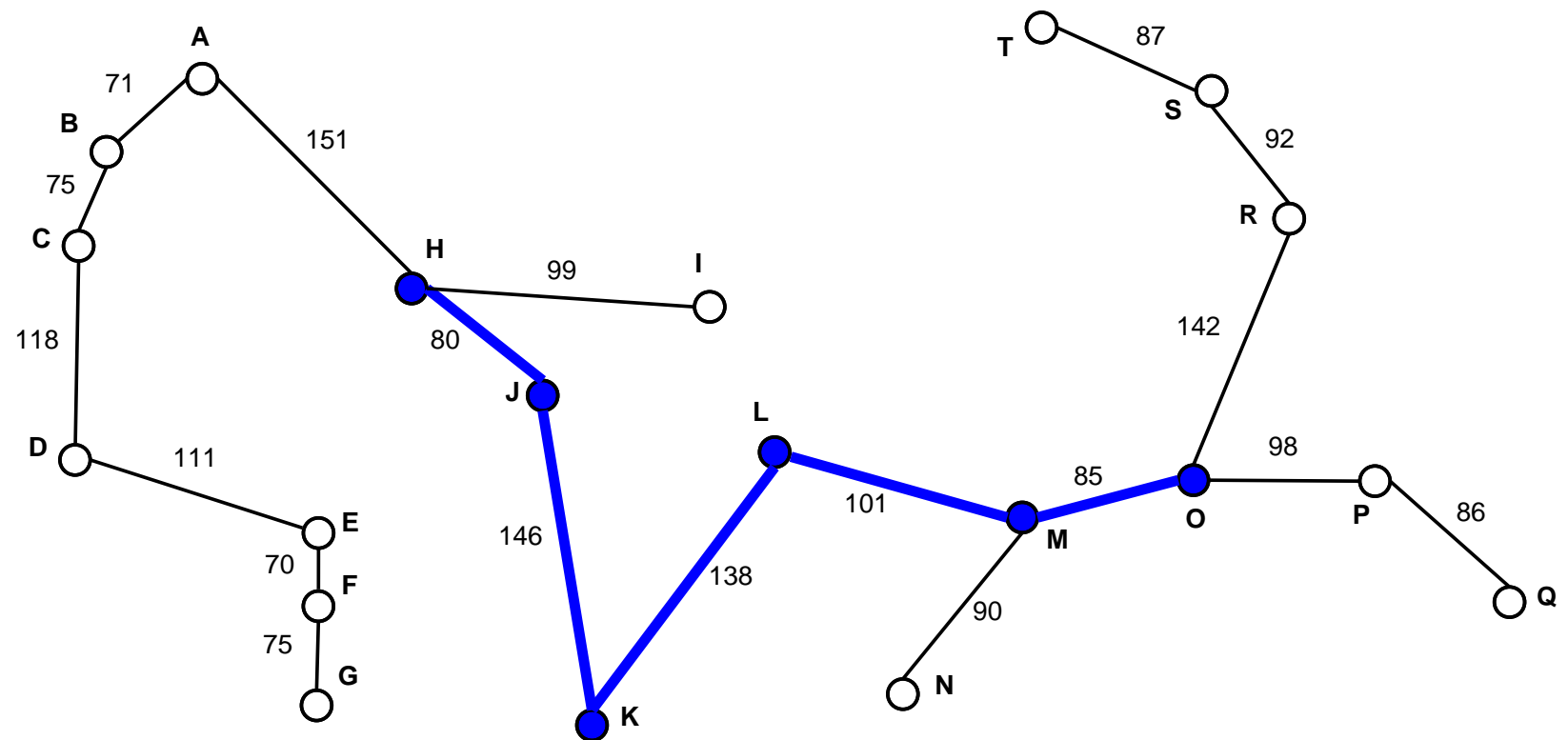
Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

Albero:

grafo $G = (V, E)$ tale che tra due vertici esiste uno e un solo cammino



Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

**Cammino Minimo su
Albero**

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

cammino minimo da H a O

Cammino Minimo su Albero

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

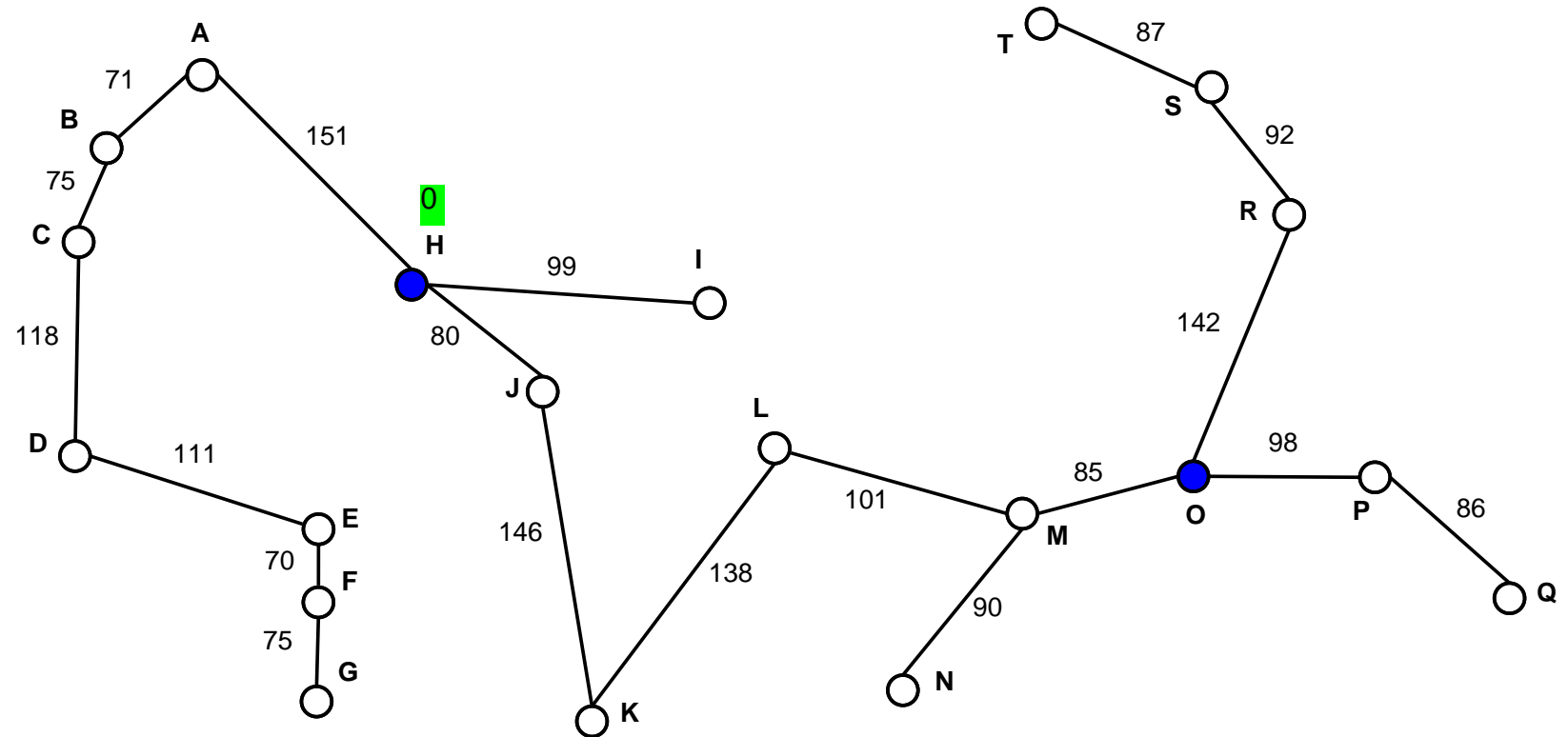
Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

cammino minimo da H a O



$$\text{espl} = [\mathbf{H}(\theta)]$$

Cammino Minimo su Albero

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

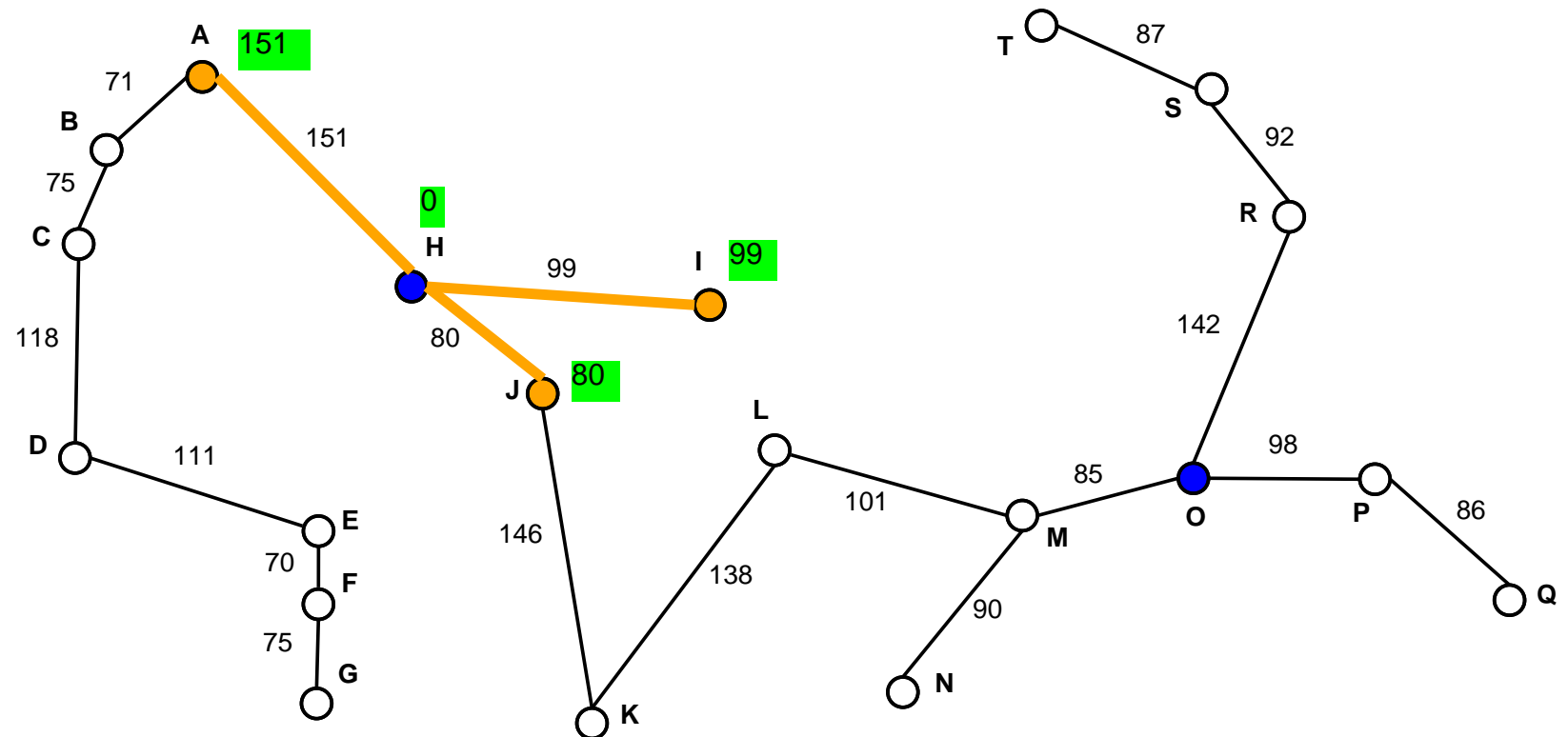
Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

cammino minimo da H a O



$espl = [A(151), I(99), J(80)]$

Cammino Minimo su Albero

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

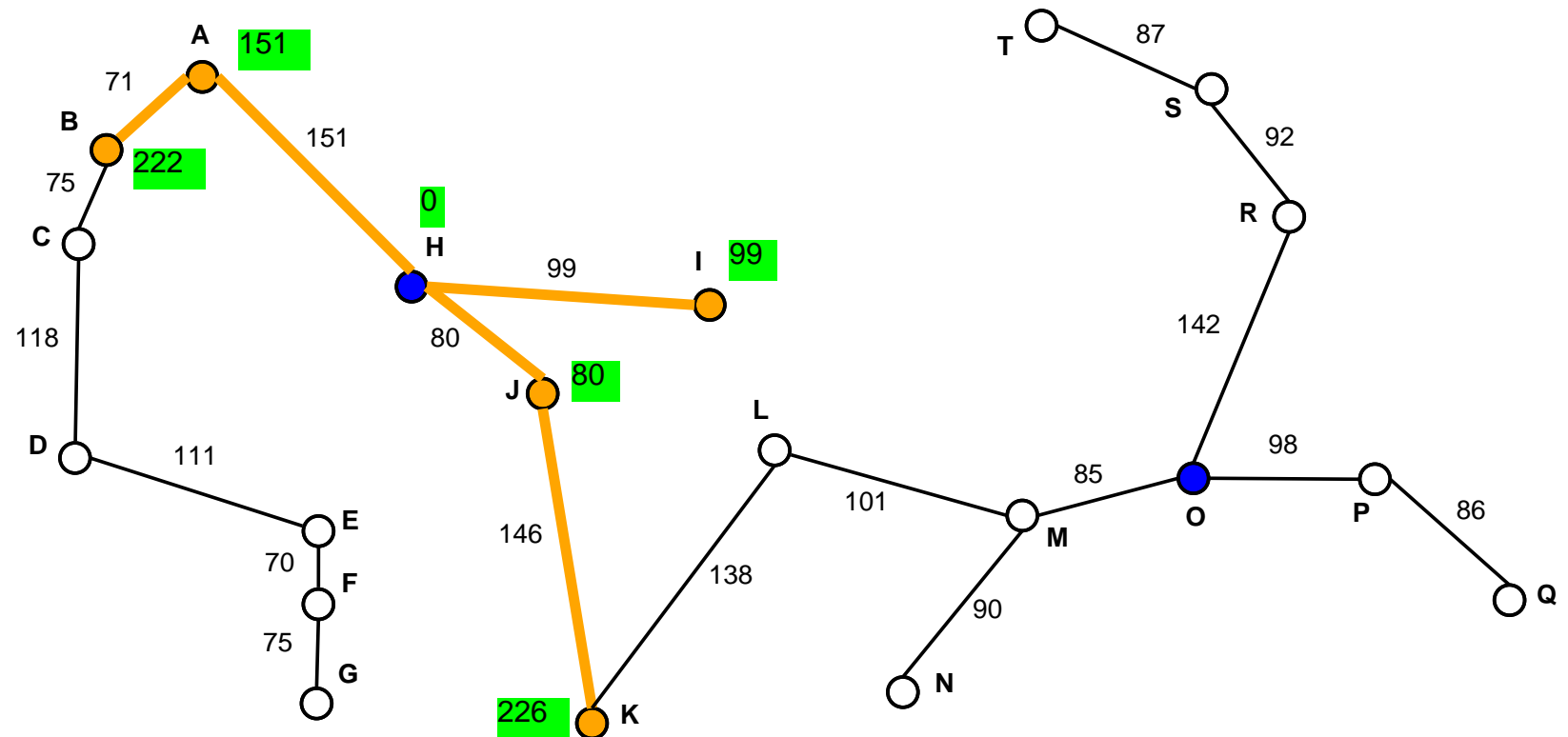
Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

cammino minimo da H a O



$$\text{espl} = [\mathbf{B}(222), \mathbf{K}(226)]$$

Cammino Minimo su Albero

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

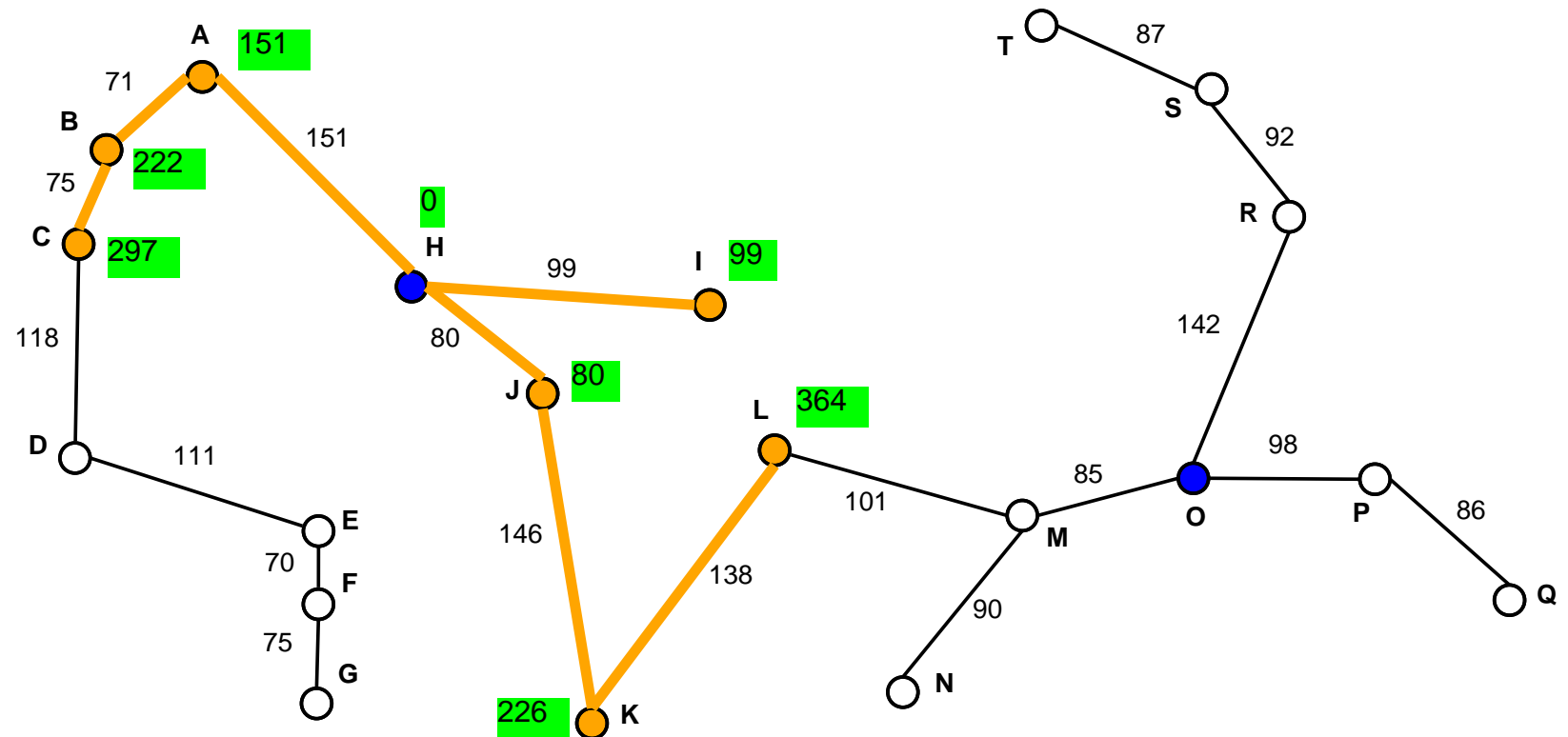
Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

cammino minimo da H a O



$\text{espl} = [\mathbf{C}(297), \mathbf{L}(364)]$

Cammino Minimo su Albero

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

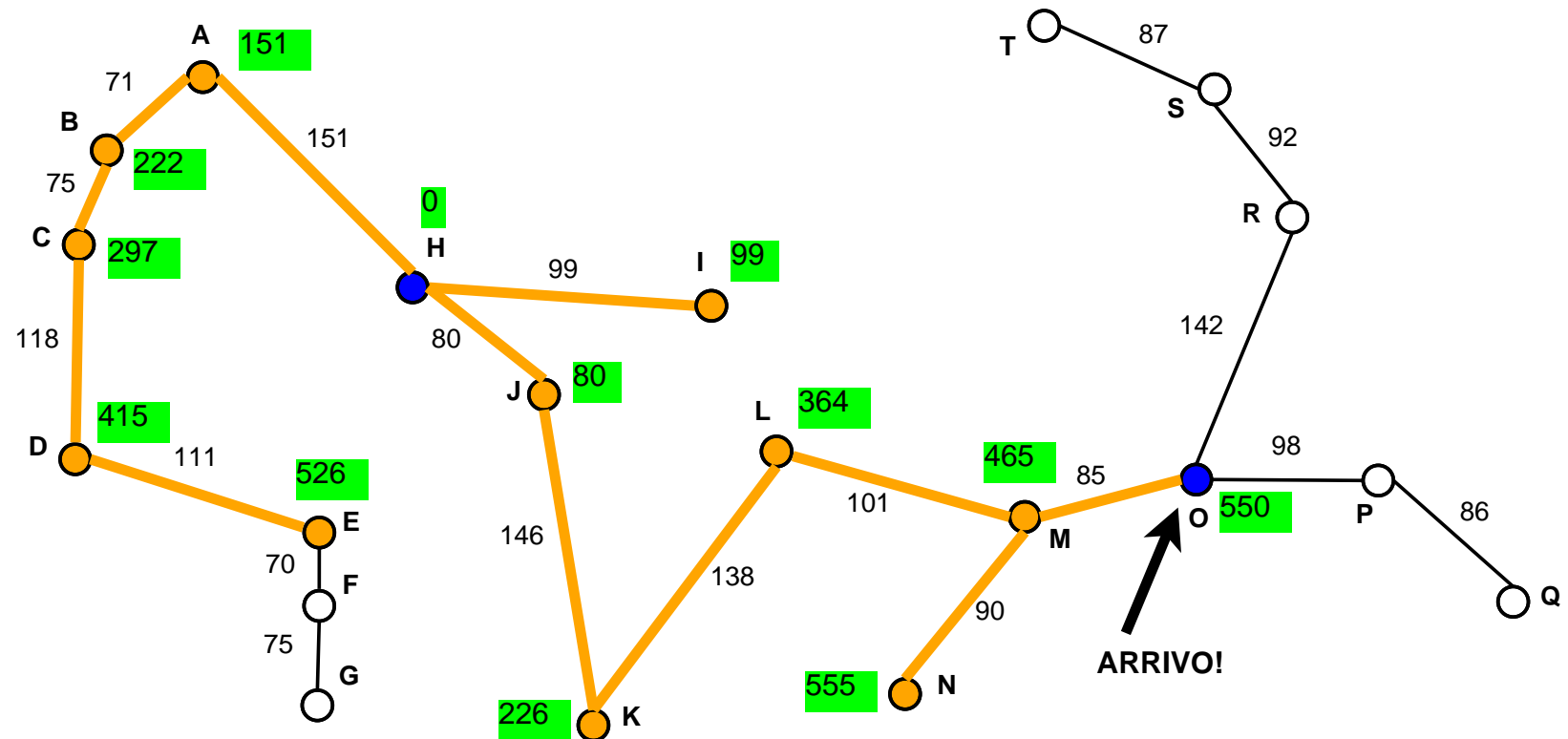
Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

cammino minimo da H a O



$\text{espl} = [\mathbf{E}(526), \mathbf{N}(555), \mathbf{O}(550)]$

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

**Cammino Minimo su
Albero**

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

- dati $G = (V, E)$ e i vertici x, y :

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

**Cammino Minimo su
Albero**

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

- dati $G = (V, E)$ e i vertici x, y :

(i) per ogni vertice $v \in V$, settare $dist(v) = \infty$

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

- dati $G = (V, E)$ e i vertici x, y :
 - (i) per ogni vertice $v \in V$, settare $dist(v) = \infty$
 - (ii) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda *espl* di vertici da esplorare a $[x]$

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

- dati $G = (V, E)$ e i vertici x, y :
 - (i) per ogni vertice $v \in V$, settare $dist(v) = \infty$
 - (ii) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda $espl$ di vertici da esplorare a $[x]$
 - (iii) scegliere il primo vertice u nella coda $espl$

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

- dati $G = (V, E)$ e i vertici x, y :
 - (i) per ogni vertice $v \in V$, settare $dist(v) = \infty$
 - (ii) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda *espl* di vertici da esplorare a $[x]$
 - (iii) scegliere il primo vertice u nella coda *espl*
 - (iv) se y si trova in coda terminare

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

- dati $G = (V, E)$ e i vertici x, y :
 - (i) per ogni vertice $v \in V$, settare $dist(v) = \infty$
 - (ii) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda $espl$ di vertici da esplorare a $[x]$
 - (iii) scegliere il primo vertice u nella coda $espl$
 - (iv) se y si trova in coda terminare
 - (v) rimuovere u da $espl$

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

- dati $G = (V, E)$ e i vertici x, y :
 - (i) per ogni vertice $v \in V$, settare $dist(v) = \infty$
 - (ii) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda *espl* di vertici da esplorare a $[x]$
 - (iii) scegliere il primo vertice u nella coda *espl*
 - (iv) se y si trova in coda terminare
 - (v) rimuovere u da *espl*
 - (vi) per ogni arco (u, v) , se $dist(v) = \infty$:
 - ☐ aggiungere v in fondo a *espl*
 - ☐ settare $dist(v) = dist(u) + lung(u, v)$

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

- dati $G = (V, E)$ e i vertici x, y :
 - (i) per ogni vertice $v \in V$, settare $dist(v) = \infty$
 - (ii) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda *espl* di vertici da esplorare a $[x]$
 - (iii) scegliere il primo vertice u nella coda *espl*
 - (iv) se y si trova in coda terminare
 - (v) rimuovere u da *espl*
 - (vi) per ogni arco (u, v) , se $dist(v) = \infty$:
 - ☐ aggiungere v in fondo a *espl*
 - ☐ settare $dist(v) = dist(u) + lung(u, v)$
 - (vii) tornare al passo (iii)

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

- dati $G = (V, E)$ e i vertici x, y :
 - (i) per ogni vertice $v \in V$, settare $dist(v) = \infty$
 - (ii) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda *espl* di vertici da esplorare a $[x]$
 - (iii) scegliere il primo vertice u nella coda *espl*
 - (iv) se y si trova in coda terminare
 - (v) rimuovere u da *espl*
 - (vi) per ogni arco (u, v) , se $dist(v) = \infty$:
 - ☐ aggiungere v in fondo a *espl*
 - ☐ settare $dist(v) = dist(u) + lung(u, v)$
 - (vii) tornare al passo (iii)
- il valore $dist(y)$ è la distanza (minima) tra x e y

Cammino Minimo su Grafo

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

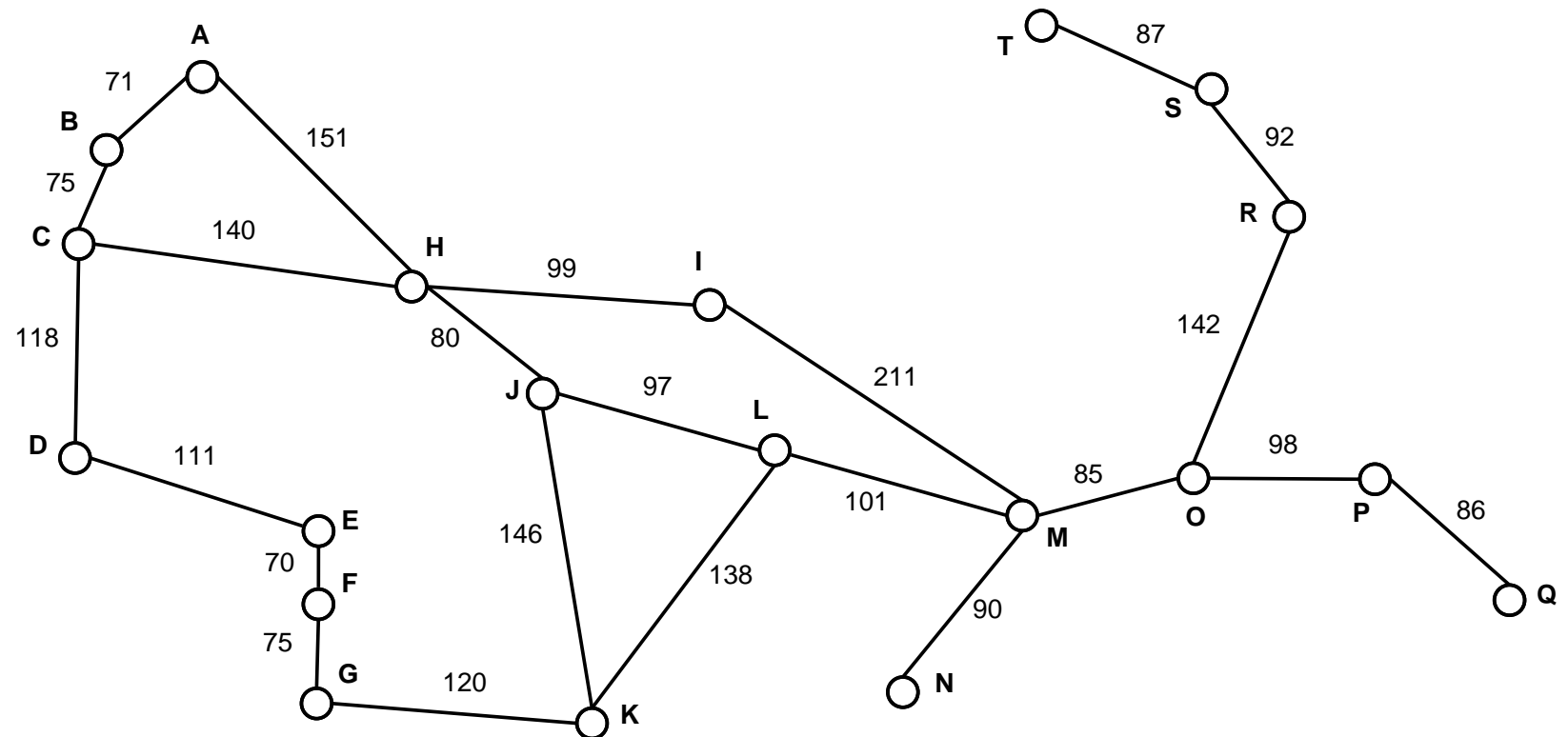
Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

cammino minimo da H a O



Cammino Minimo su Grafo

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

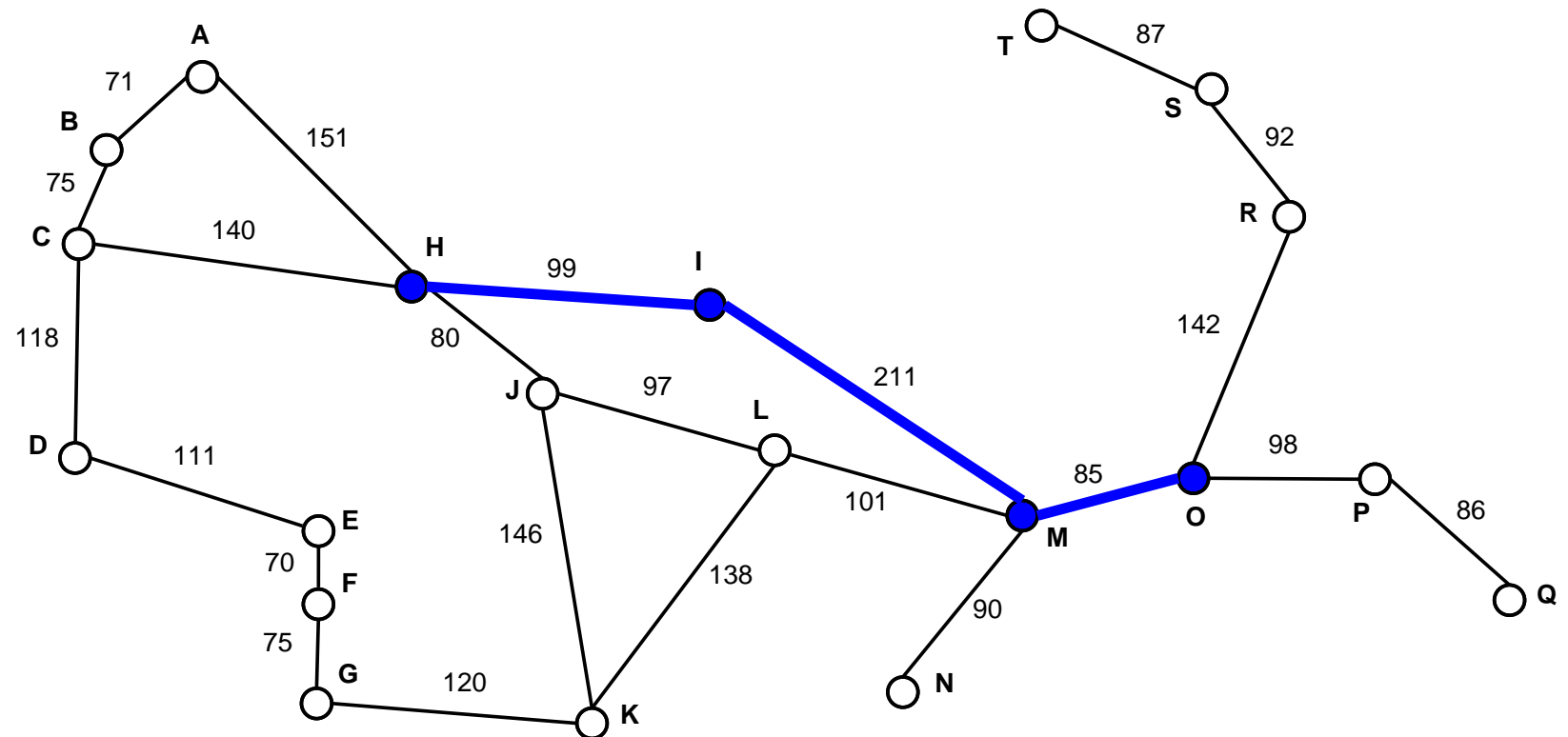
Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

cammino minimo da H a O



Cammino Minimo su Grafo

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

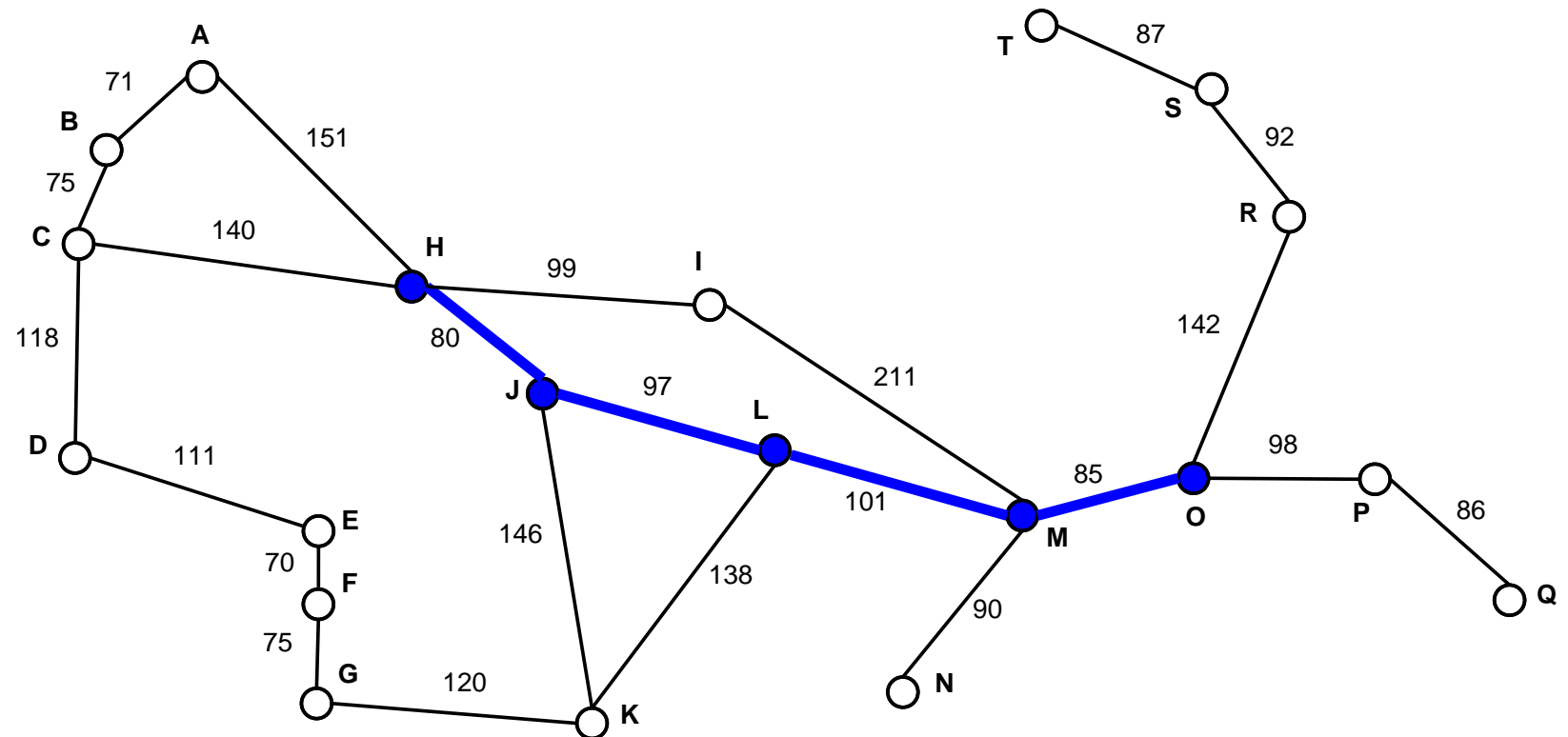
Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

cammino minimo da H a O



Cammino Minimo su Grafo

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

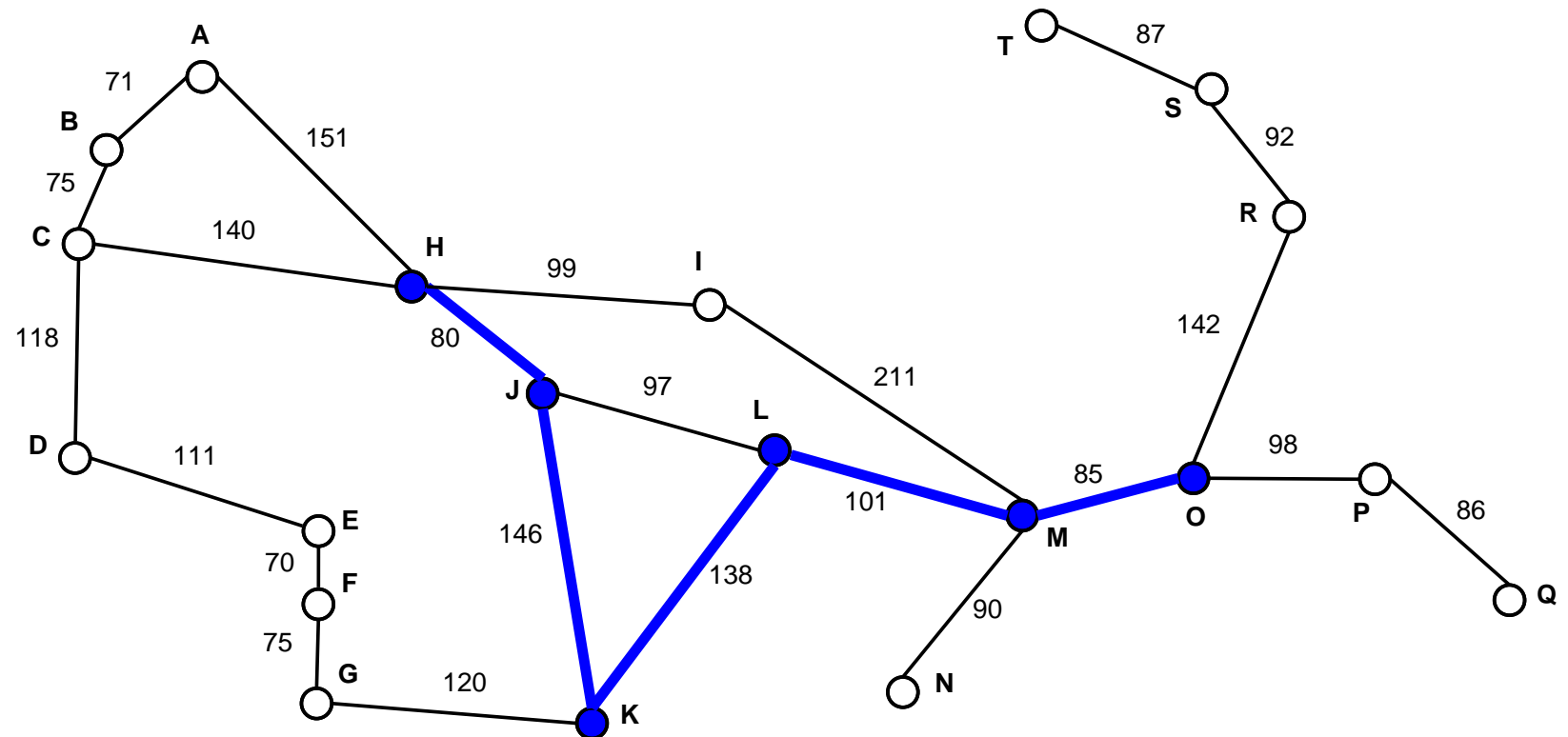
Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

cammino minimo da H a O



Cammino Minimo su Grafo

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

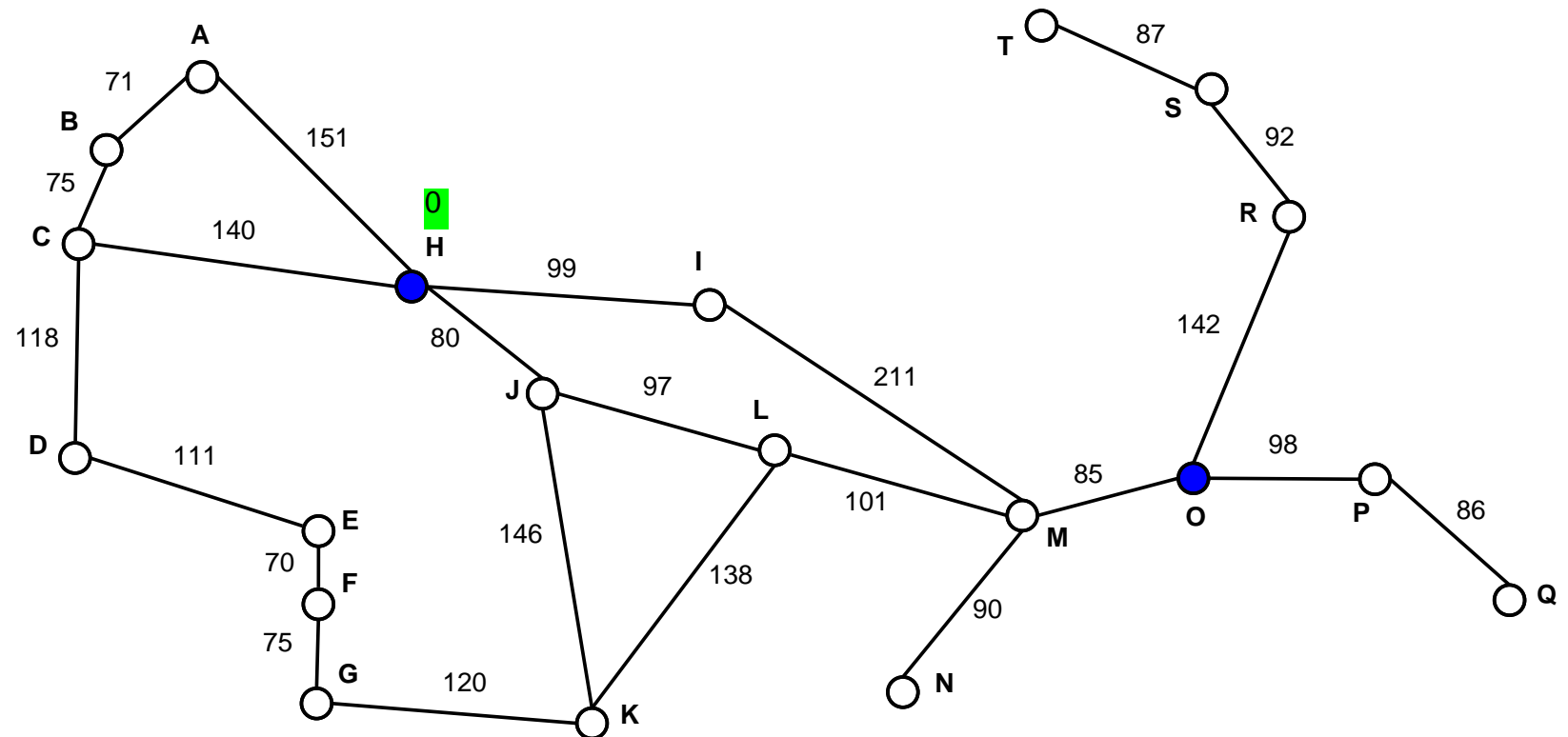
Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

cammino minimo da H a O



$$\text{espl} = [\mathbf{H}(\theta)]$$

Cammino Minimo su Grafo

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

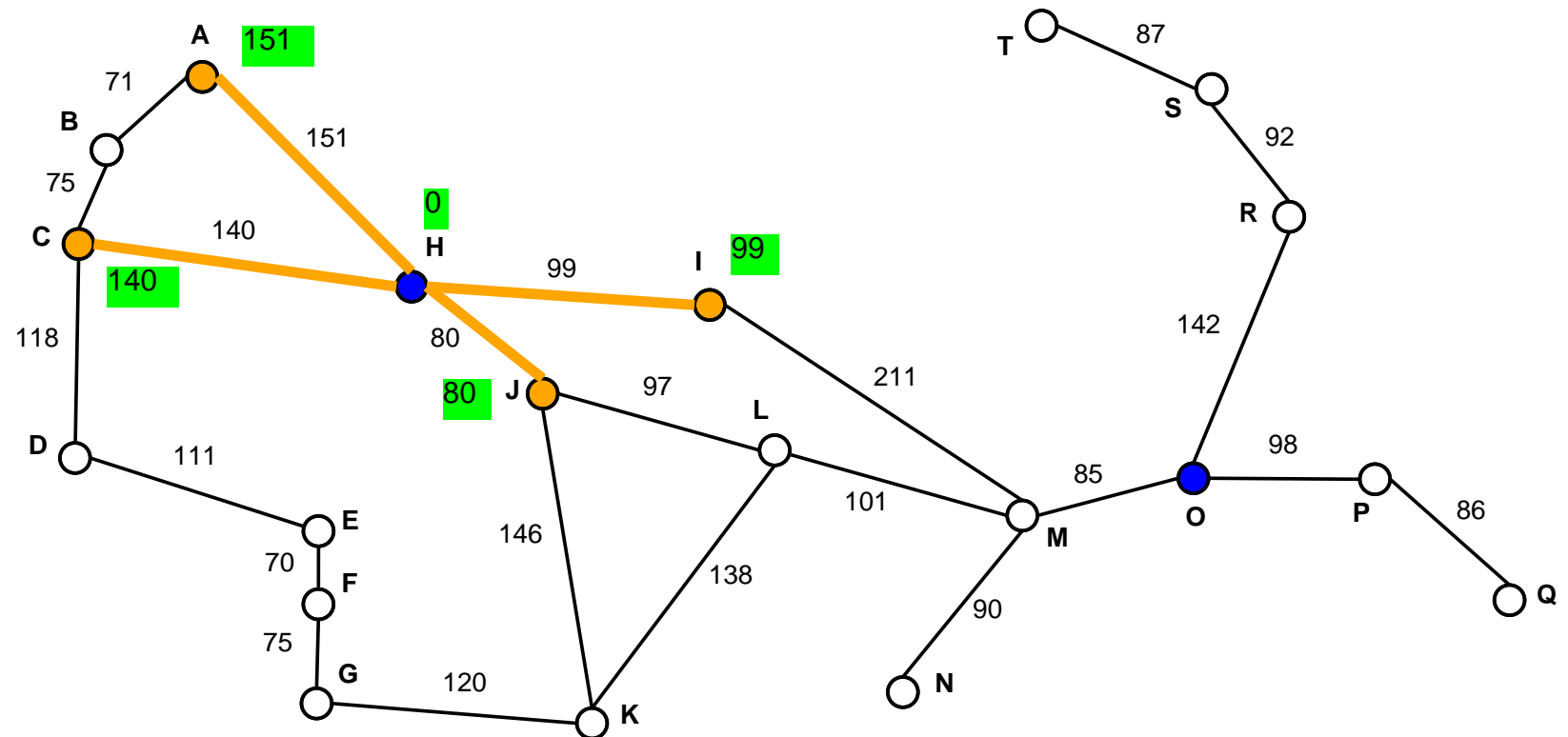
Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

cammino minimo da H a O



$\text{espl} = [\mathbf{J}(80), \mathbf{I}(99), \mathbf{C}(140), \mathbf{A}(151)]$

Cammino Minimo su Grafo

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

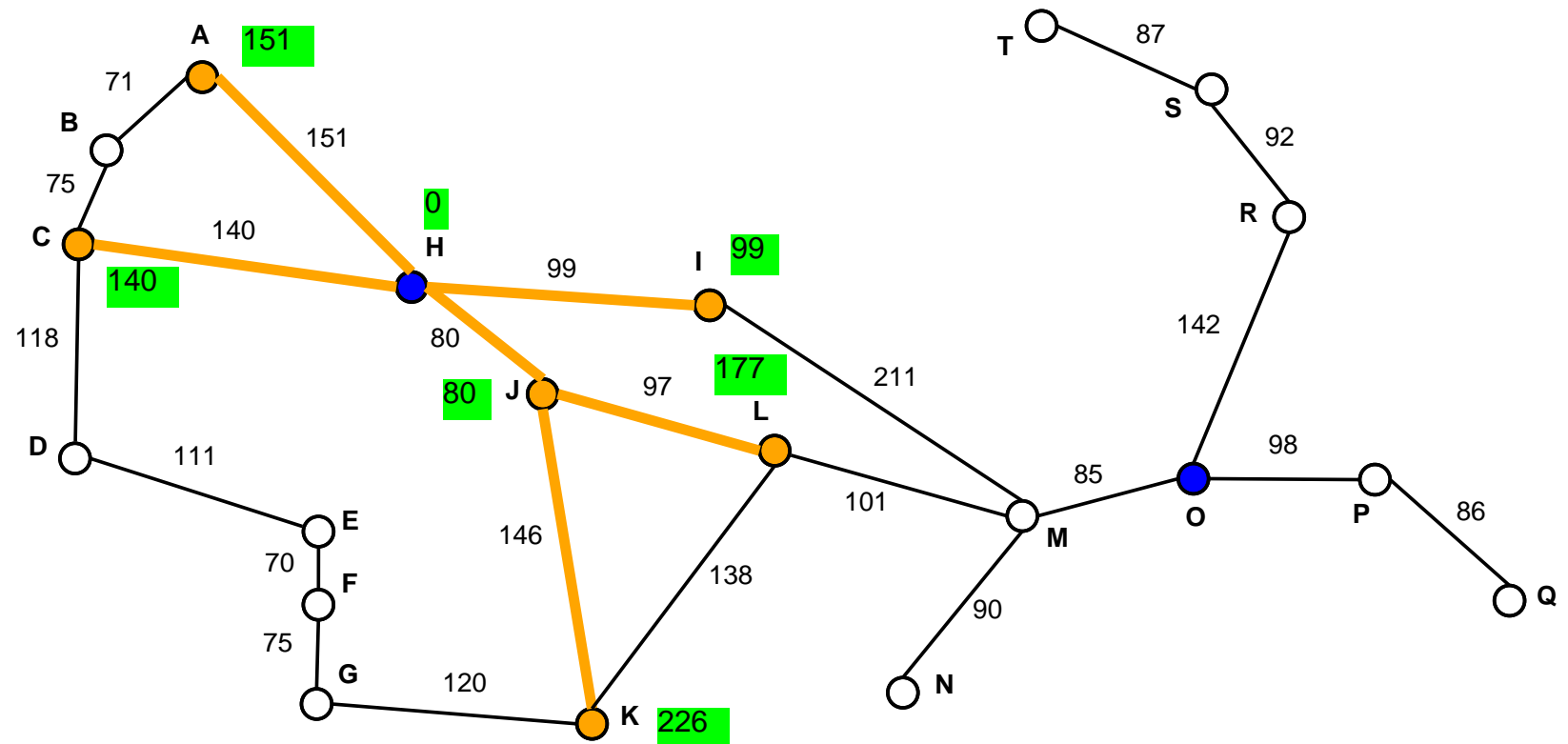
Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

cammino minimo da H a O



$\text{espl} = [\mathbf{I}(99), \mathbf{C}(140), \mathbf{A}(151), \mathbf{L}(177), \mathbf{K}(226)]$

Cammino Minimo su Grafo

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

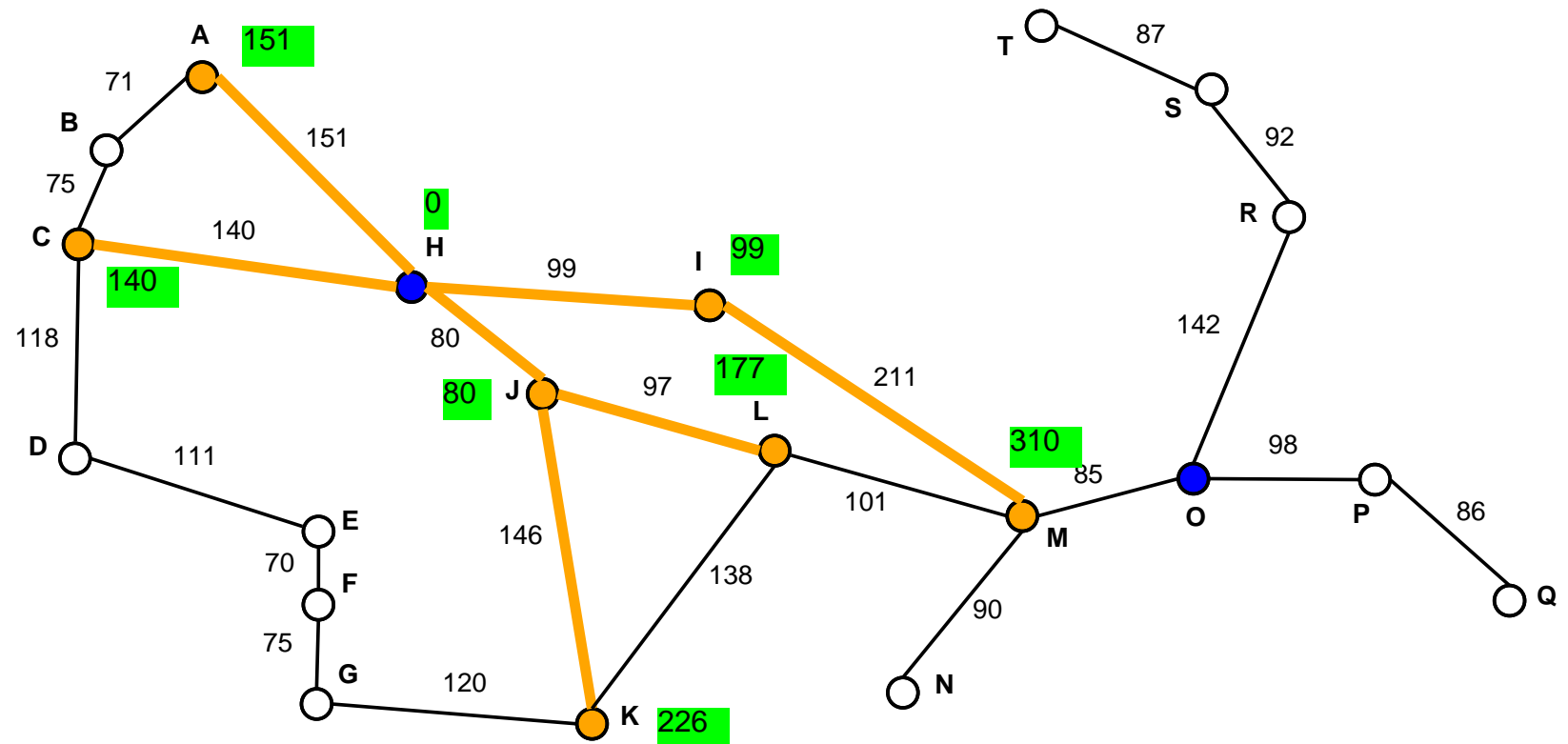
Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

cammino minimo da H a O



$\text{espl} = [\mathbf{C}(140), \mathbf{A}(151), \mathbf{L}(177), \mathbf{K}(226), \mathbf{M}(310)]$

Cammino Minimo su Grafo

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

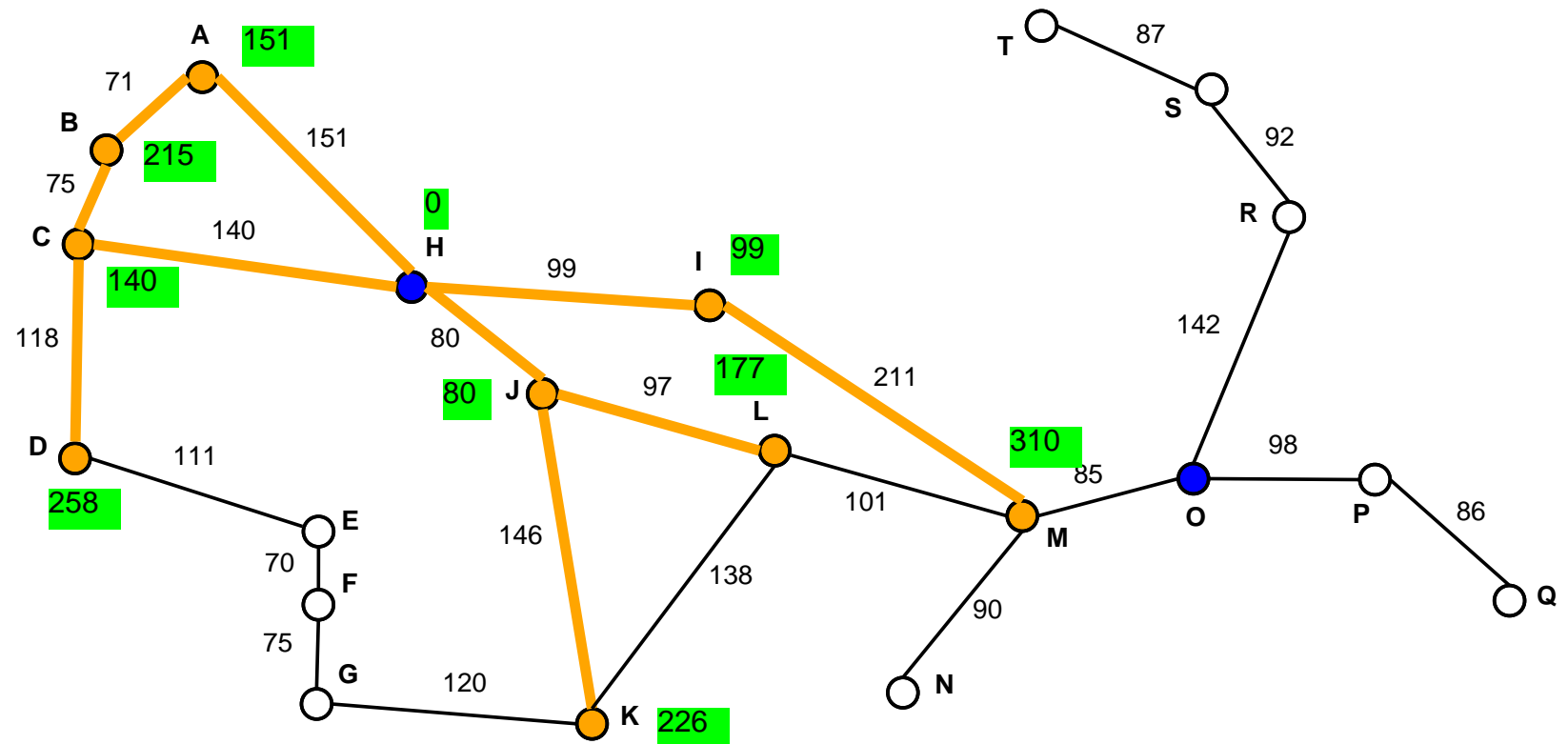
Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

cammino minimo da H a O



$\text{espl} = [\text{L}(177), \text{B}(215), \text{K}(226), \text{D}(258), \text{M}(310)]$

Cammino Minimo su Grafo

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

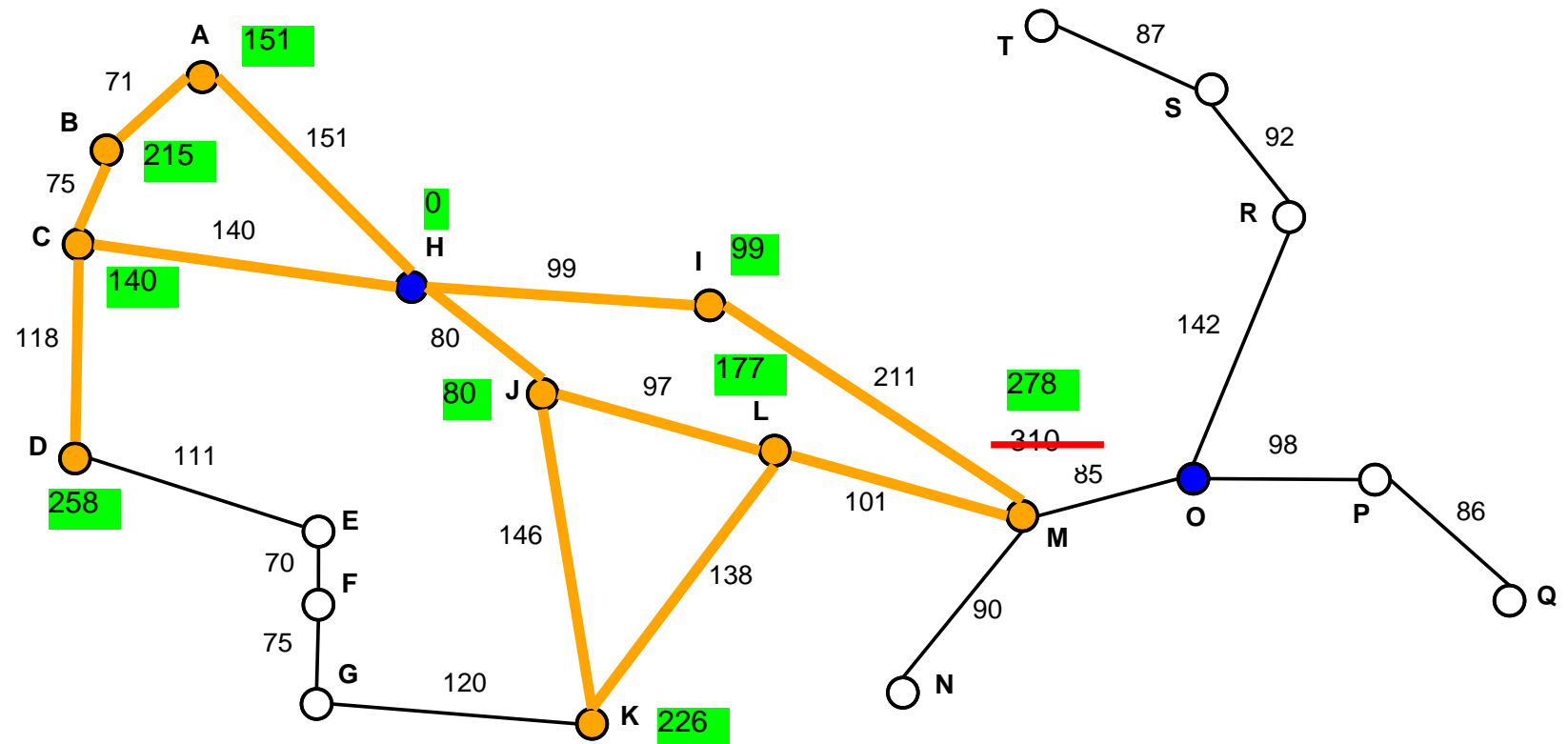
Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

cammino minimo da H a O



$\text{espl} = [\mathbf{B}(215), \mathbf{K}(226), \mathbf{D}(258), \mathbf{M}(278)]$

Cammino Minimo su Grafo

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

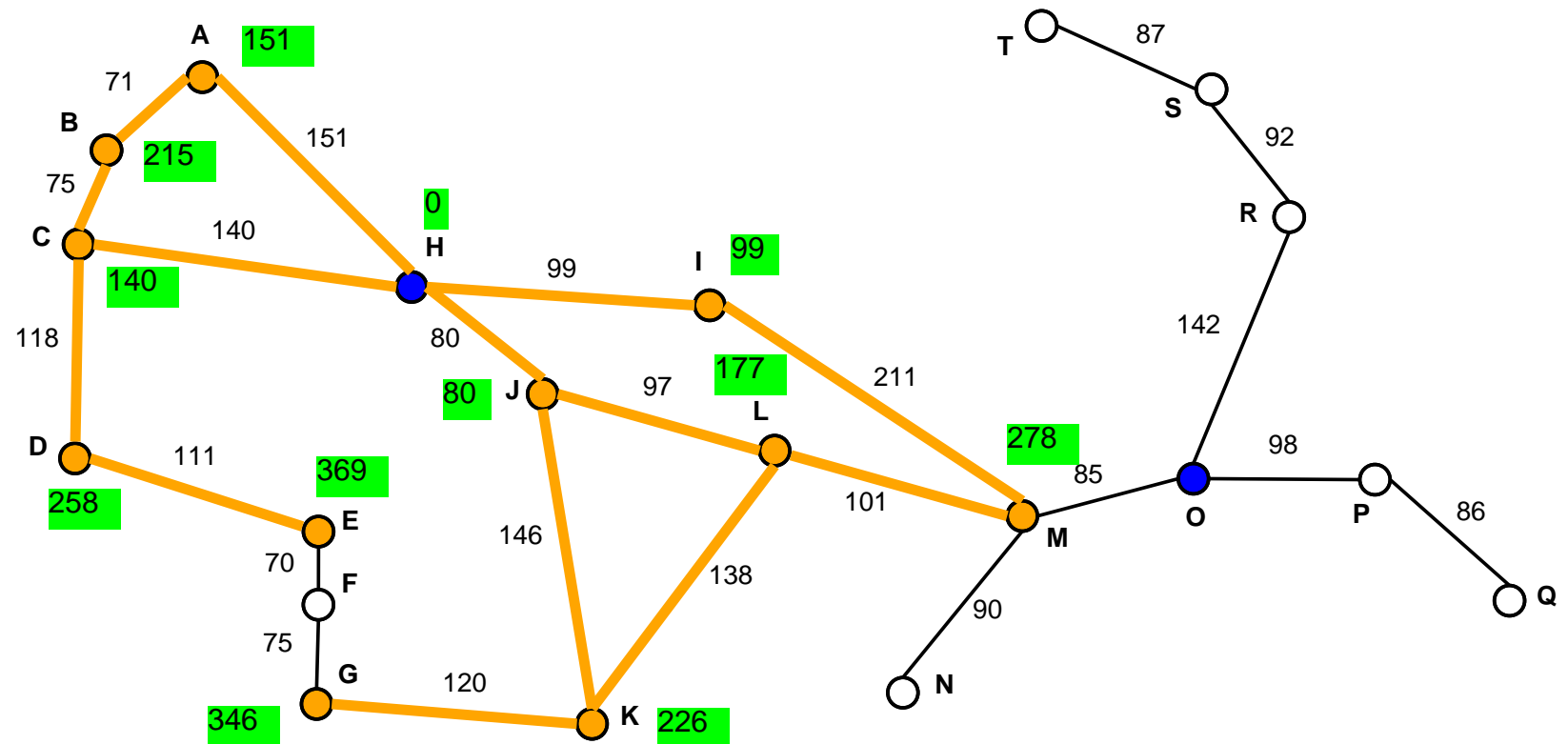
Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

cammino minimo da H a O



$\text{espl} = [\mathbf{M}(278), \mathbf{G}(346), \mathbf{E}(369)]$

Cammino Minimo su Grafo

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

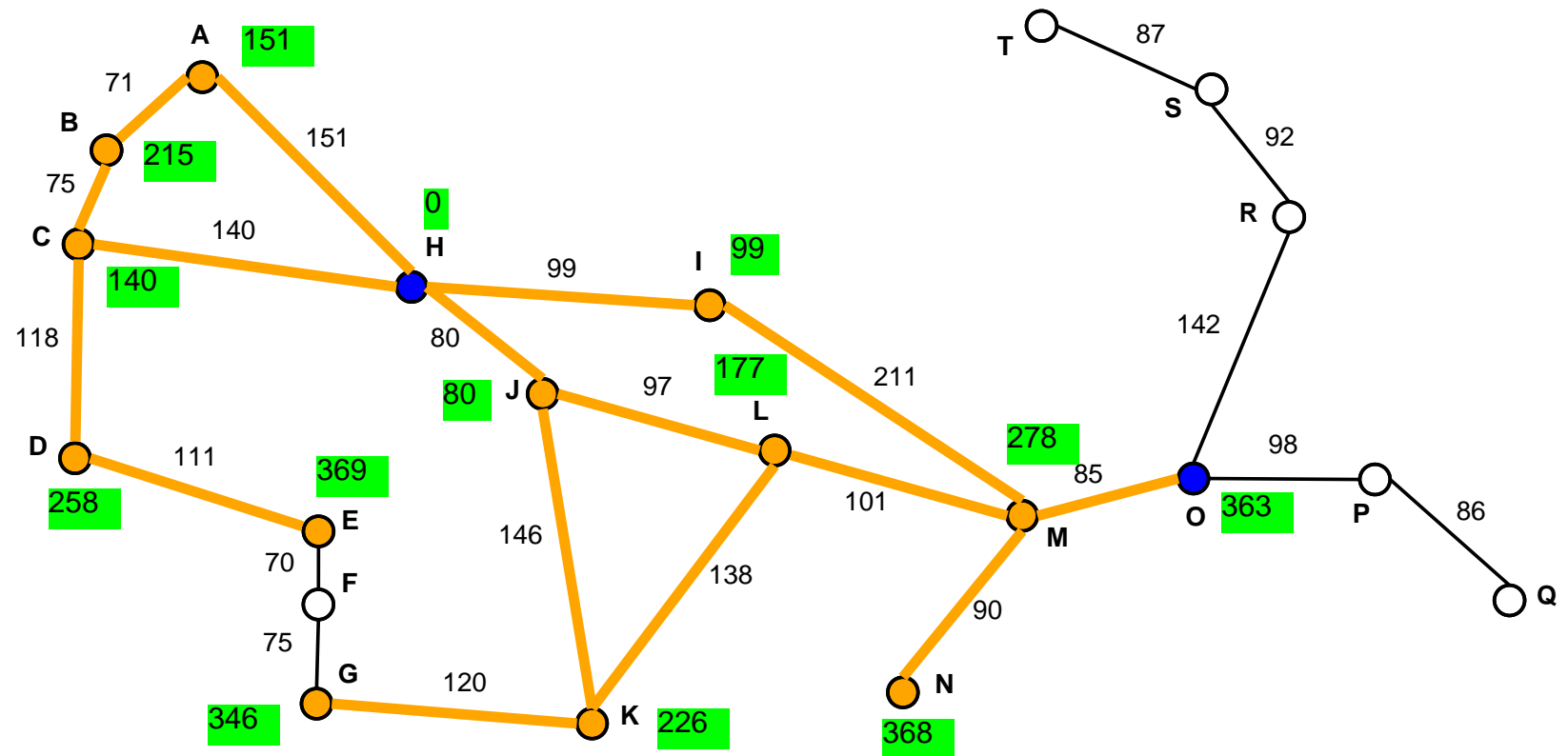
Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

cammino minimo da H a O



$espl = [G(346), O(363), N(368), E(369)]$

Cammino Minimo su Grafo

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

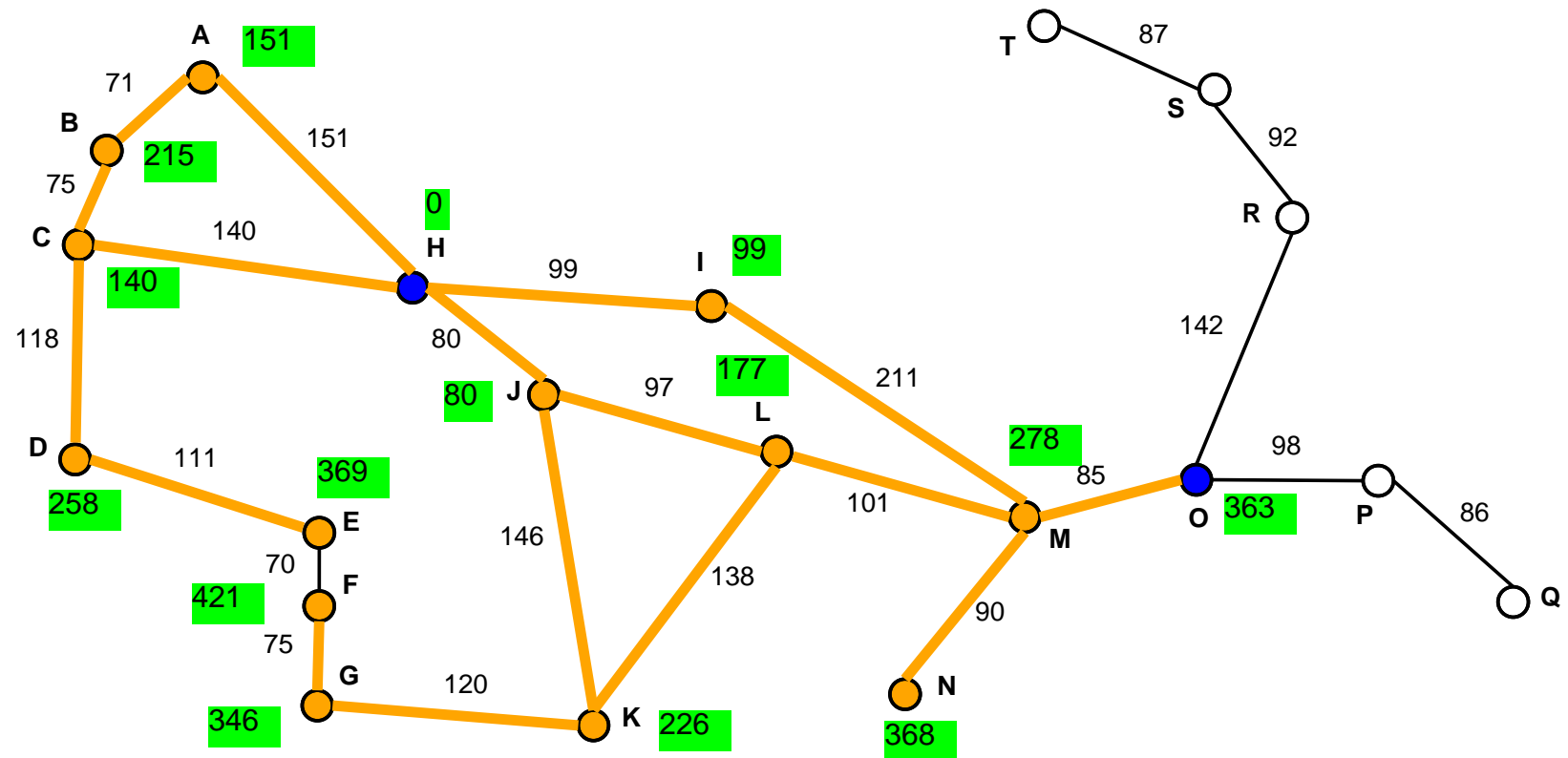
Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

cammino minimo da H a O



$espl = [O(363), N(368), E(369), F(421)]$

Cammino Minimo su Grafo

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

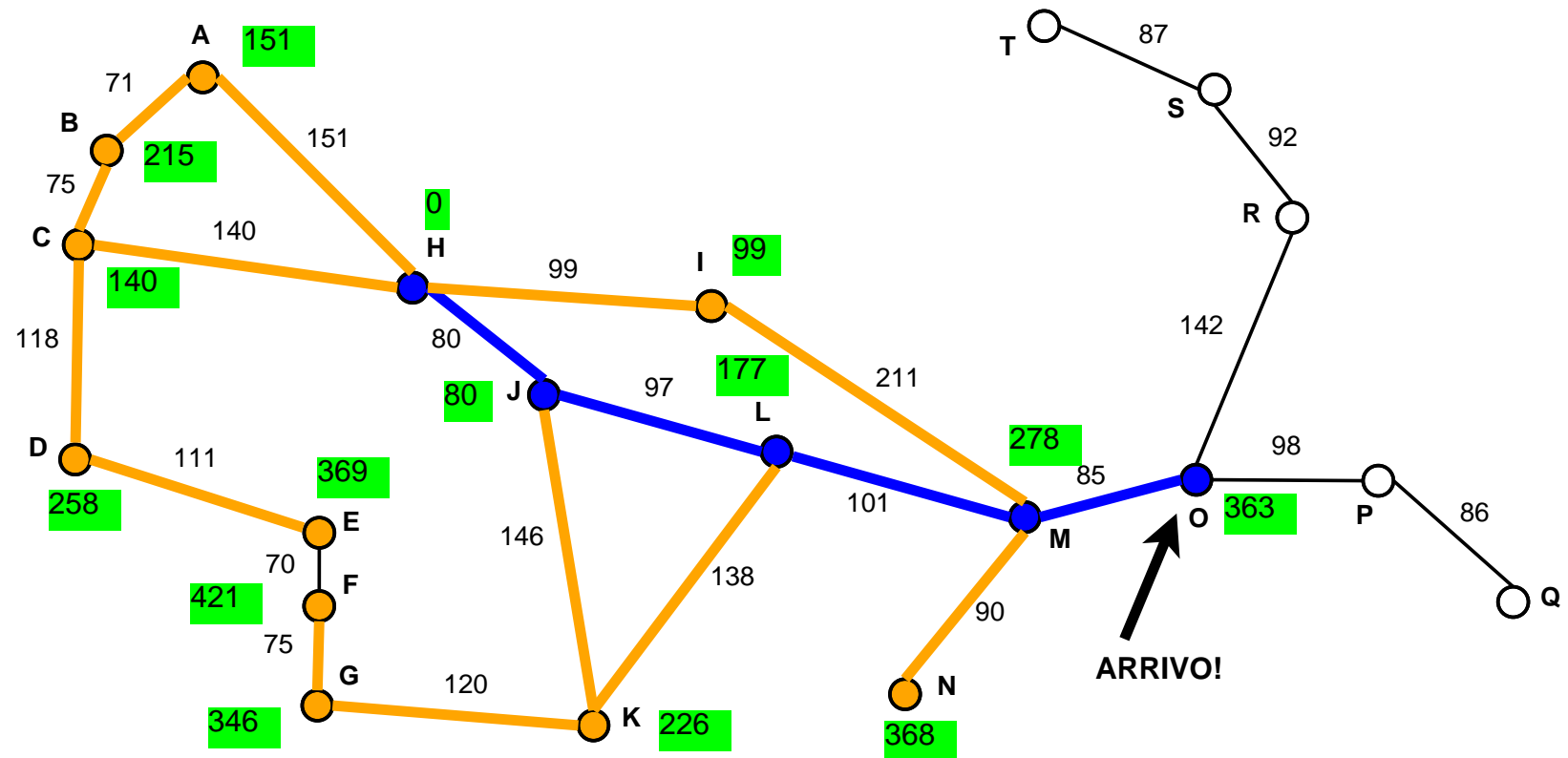
Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

cammino minimo da H a O



$espl = [O(363), N(368), E(369), F(421)]$

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

**Cammino Minimo su
Grafo**

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

- dati $G = (V, E)$ e i vertici x, y :

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

- dati $G = (V, E)$ e i vertici x, y :

(i) per ogni vertice $v \in V$, settare $dist(v) = \infty$

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

- dati $G = (V, E)$ e i vertici x, y :
 - (i) per ogni vertice $v \in V$, settare $dist(v) = \infty$
 - (ii) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda *espl* di vertici da esplorare a $[x]$

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

- dati $G = (V, E)$ e i vertici x, y :
 - (i) per ogni vertice $v \in V$, settare $dist(v) = \infty$
 - (ii) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda *espl* di vertici da esplorare a $[x]$
 - (iii) scegliere il primo vertice u nella coda *espl*

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

- dati $G = (V, E)$ e i vertici x, y :
 - (i) per ogni vertice $v \in V$, settare $dist(v) = \infty$
 - (ii) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda *espl* di vertici da esplorare a $[x]$
 - (iii) scegliere il primo vertice u nella coda *espl*
 - (iv) se $u = y$ terminare

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

- dati $G = (V, E)$ e i vertici x, y :
 - (i) per ogni vertice $v \in V$, settare $dist(v) = \infty$
 - (ii) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda $espl$ di vertici da esplorare a $[x]$
 - (iii) scegliere il primo vertice u nella coda $espl$
 - (iv) se $u = y$ terminare
 - (v) rimuovere u da $espl$

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

- dati $G = (V, E)$ e i vertici x, y :
 - (i) per ogni vertice $v \in V$, settare $dist(v) = \infty$
 - (ii) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda $espl$ di vertici da esplorare a $[x]$
 - (iii) scegliere il primo vertice u nella coda $espl$
 - (iv) se $u = y$ terminare
 - (v) rimuovere u da $espl$
 - (vi) per ogni arco (u, v) :

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

- dati $G = (V, E)$ e i vertici x, y :
 - (i) per ogni vertice $v \in V$, settare $dist(v) = \infty$
 - (ii) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda *espl* di vertici da esplorare a $[x]$
 - (iii) scegliere il primo vertice u nella coda *espl*
 - (iv) se $u = y$ terminare
 - (v) rimuovere u da *espl*
 - (vi) per ogni arco (u, v) :
 - se $dist(v) = \infty$ settare $dist(v) = dist(u) + lung(u, v)$ e inserire v in ordine di distanza in *espl*

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

- dati $G = (V, E)$ e i vertici x, y :
 - (i) per ogni vertice $v \in V$, settare $dist(v) = \infty$
 - (ii) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda *espl* di vertici da esplorare a $[x]$
 - (iii) scegliere il primo vertice u nella coda *espl*
 - (iv) se $u = y$ terminare
 - (v) rimuovere u da *espl*
 - (vi) per ogni arco (u, v) :
 - se $dist(v) = \infty$ settare $dist(v) = dist(u) + lung(u, v)$ e inserire v in ordine di distanza in *espl*
 - se $v \in espl$ e $dist(v) > dist(u) + lung(u, v)$ settare $dist(v) = dist(u) + lung(u, v)$ e spostare v in ordine in *espl*

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

- dati $G = (V, E)$ e i vertici x, y :
 - (i) per ogni vertice $v \in V$, settare $dist(v) = \infty$
 - (ii) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda *espl* di vertici da esplorare a $[x]$
 - (iii) scegliere il primo vertice u nella coda *espl*
 - (iv) se $u = y$ terminare
 - (v) rimuovere u da *espl*
 - (vi) per ogni arco (u, v) :
 - ☐ se $dist(v) = \infty$ settare $dist(v) = dist(u) + lung(u, v)$ e inserire v in ordine di distanza in *espl*
 - ☐ se $v \in espl$ e $dist(v) > dist(u) + lung(u, v)$ settare $dist(v) = dist(u) + lung(u, v)$ e spostare v in ordine in *espl*
 - (vii) tornare al passo (iii)

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

- dati $G = (V, E)$ e i vertici x, y :
 - (i) per ogni vertice $v \in V$, settare $dist(v) = \infty$
 - (ii) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda *espl* di vertici da esplorare a $[x]$
 - (iii) scegliere il primo vertice u nella coda *espl*
 - (iv) se $u = y$ terminare
 - (v) rimuovere u da *espl*
 - (vi) per ogni arco (u, v) :
 - se $dist(v) = \infty$ settare $dist(v) = dist(u) + lung(u, v)$ e inserire v in ordine di distanza in *espl*
 - se $v \in espl$ e $dist(v) > dist(u) + lung(u, v)$ settare $dist(v) = dist(u) + lung(u, v)$ e spostare v in ordine in *espl*
 - (vii) tornare al passo (iii)
- il valore $dist(y)$ è la distanza (minima) tra x e y

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

rivediamo il procedimento in un altro modo del tutto equivalente

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

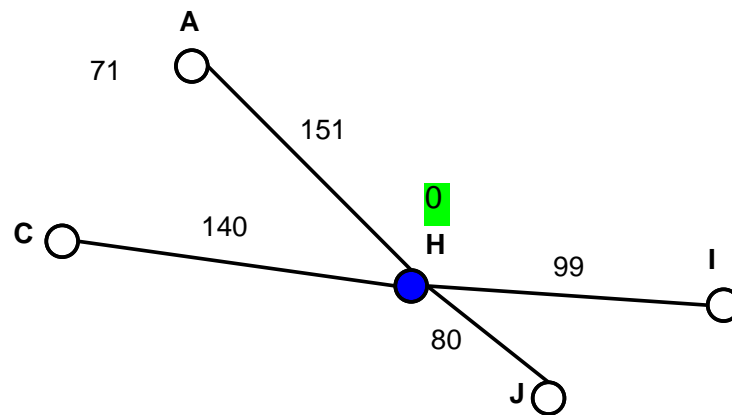
Cammino Minimo su
Grafo

Un'altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

Non conosco l'intero grafo.

Sono in H e scopro quali sono le città non ancora visitate che posso raggiungere e le loro distanze.



$$\text{espl} = [\mathbf{H}(\theta)]$$

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

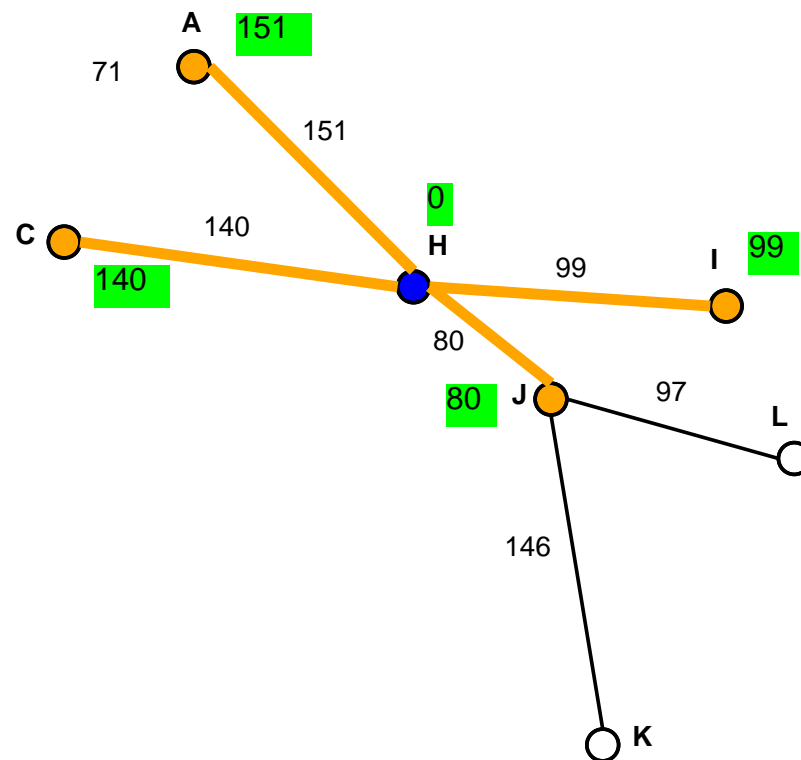
Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

Prendo nota (in ordine di distanza) e vado nella città più vicina ad H . Sono in J e scopro quali sono le città non ancora visitate che posso raggiungere e le loro distanze.



$$\text{espl} = [\mathbf{J}(80), \mathbf{I}(99), \mathbf{C}(140), \mathbf{A}(151)]$$

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

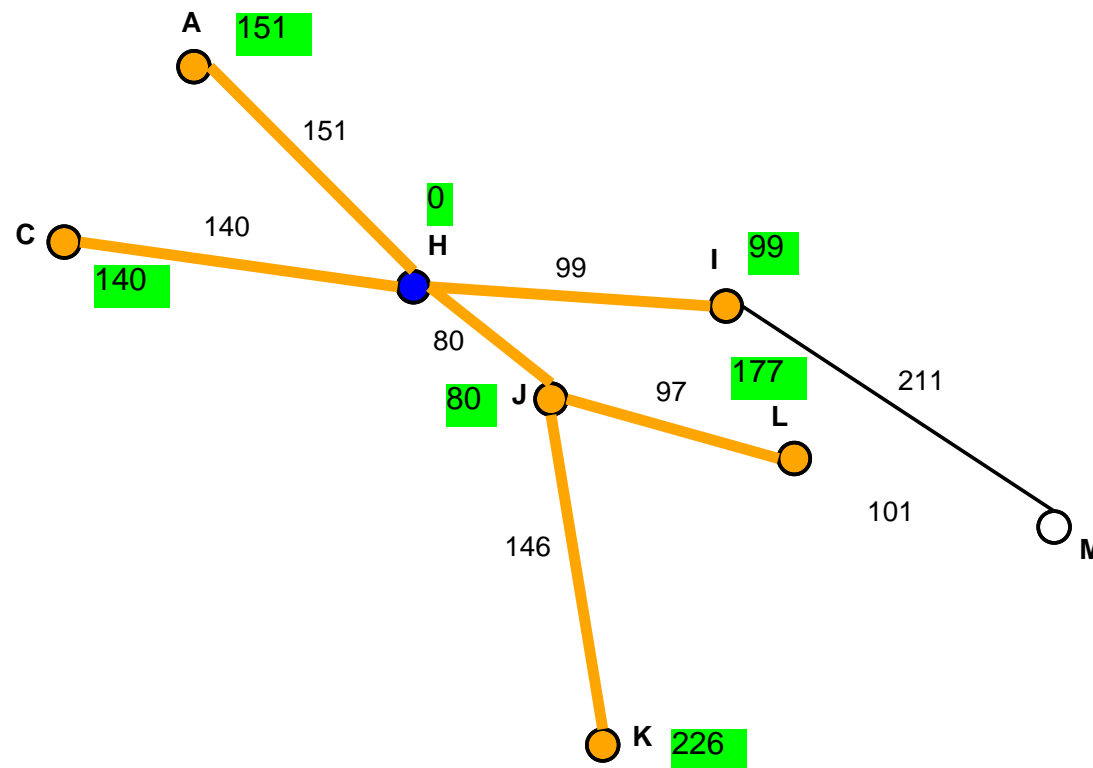
Cammino Minimo su
Albero

Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

Prendo nota (in ordine di distanza) e vado nella città più vicina ad H . Sono in I e scopro quali sono le città non ancora visitate che posso raggiungere e le loro distanze.



$$\text{espl} = [\mathbf{I}(99), \mathbf{C}(140), \mathbf{A}(151), \mathbf{L}(177), \mathbf{K}(226)]$$

Distanze Minime

Da Torino a Fossano

Grafo di una Mappa

Cammino Minimo

Topologia ad Albero

Cammino Minimo su
Albero

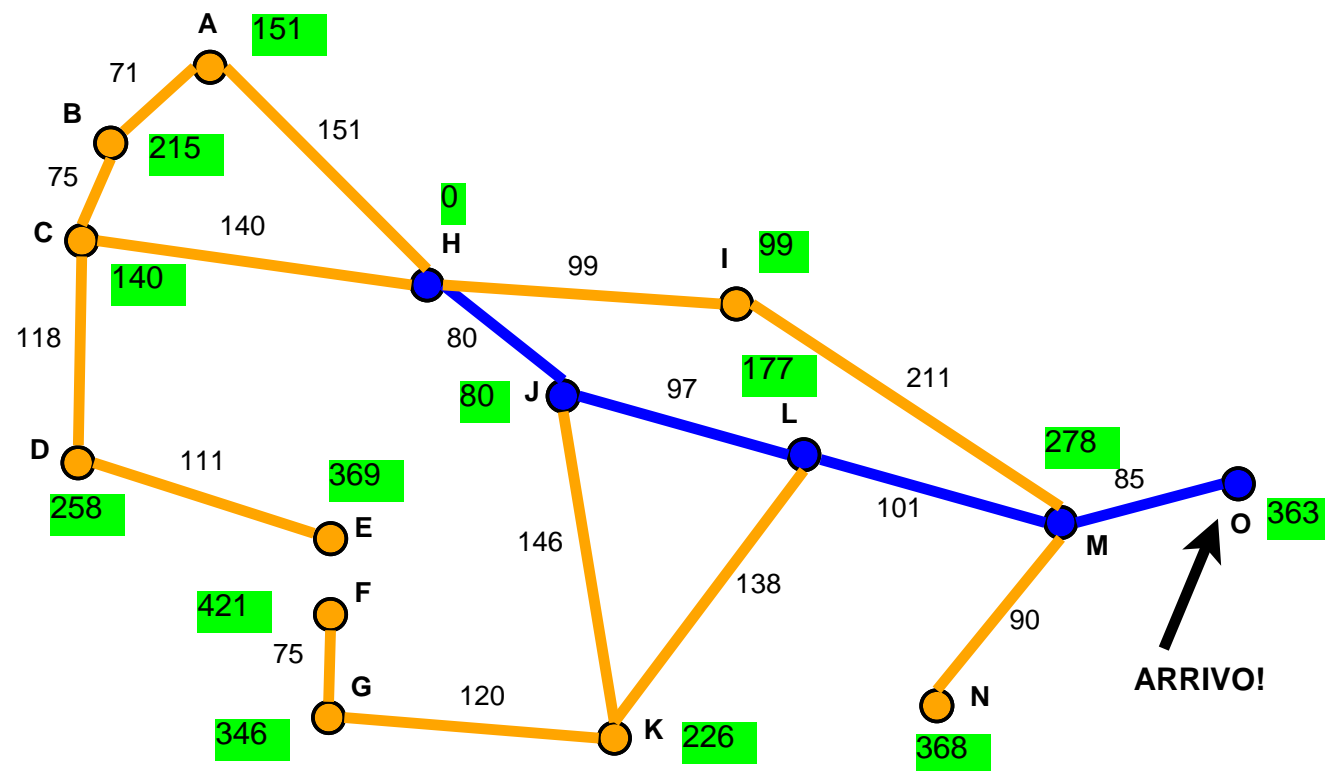
Cammino Minimo su
Grafo

Un'Altra Prospettiva

Soluzioni Ottimali

Proseguo in questo modo fino a che la città non ancora visitata più vicina ad H è O .

Ho trovato il cammino minimo tra H e O .



$$\text{espl} = [\mathbf{O}(363), \mathbf{N}(368), \mathbf{E}(369), \mathbf{F}(421)]$$

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

Soluzioni Ottimali

[Distanze Minime](#)

[Soluzioni Ottimali](#)

[Il Gioco dell'Otto](#)

[Ricerca Euristica](#)

[Soluzione del Gioco
dell'Otto](#)

[Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto](#)

[Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali](#)

data una qualunque configurazione iniziale, per esempio:

5	6	7
4		8
3	2	1

[Distanze Minime](#)

[Soluzioni Ottimali](#)

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

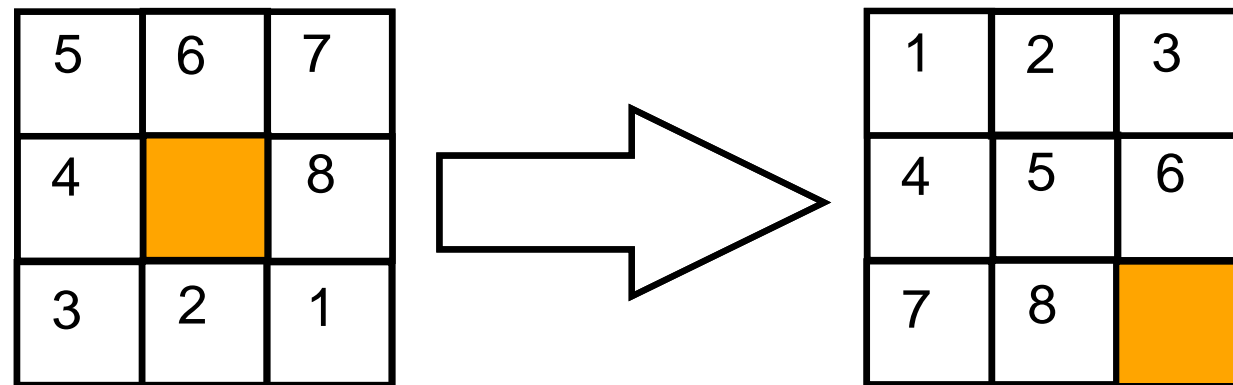
Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

data una qualunque configurazione iniziale, per esempio:

5	6	7
4		8
3	2	1

si deve raggiungere la configurazione finale



Il Gioco dell'Otto

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

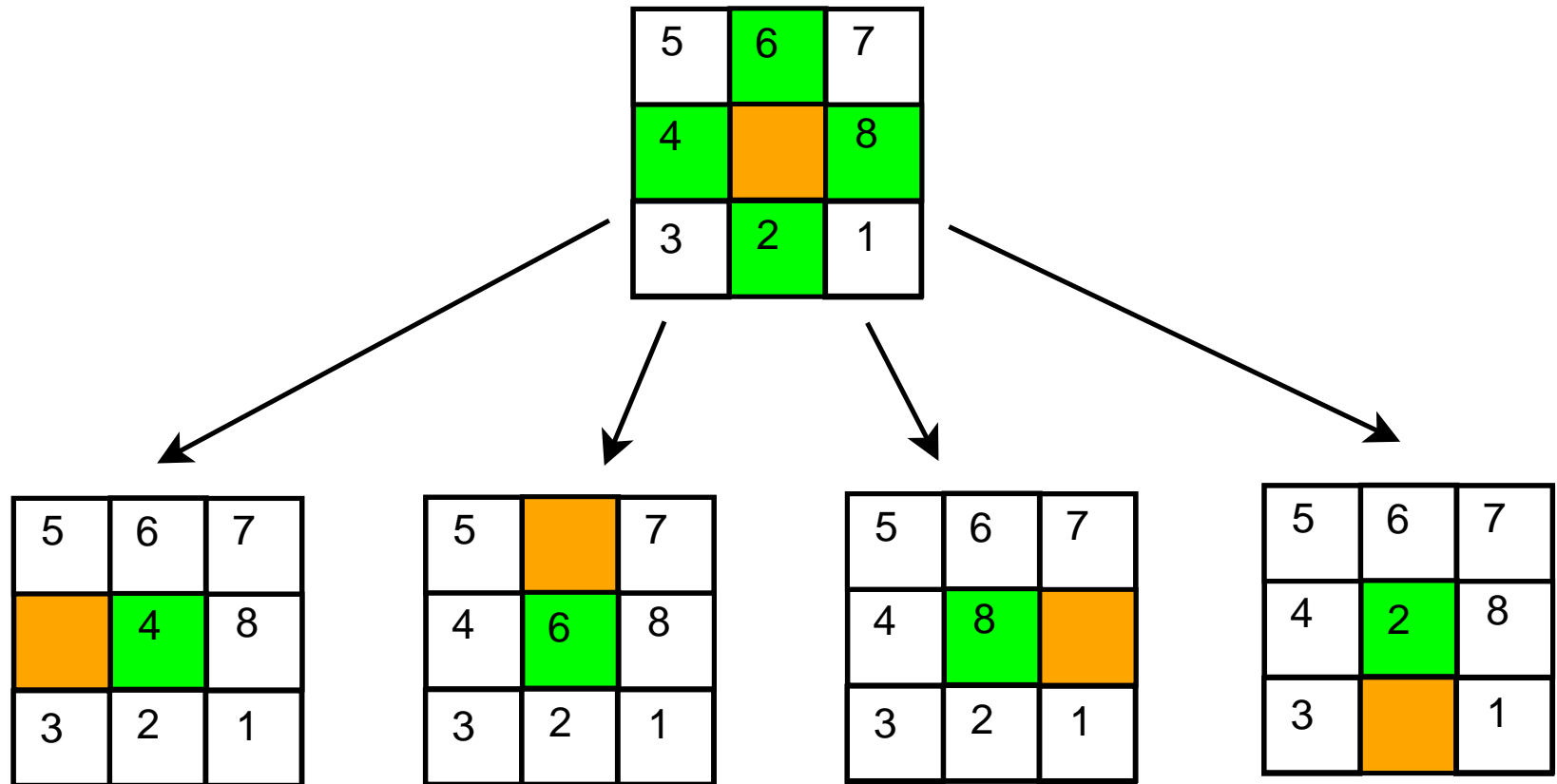
Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

ad ogni mossa si puo' spostare una qualunque tessera adiacente alla casella vuota



Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- che cosa c'entra il gioco dell'otto con le città?

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- che cosa c'entra il gioco dell'otto con le città?
 - ☐ le configurazioni del gioco sono "città"
 - ☐ due configurazioni consecutive sono collegate da un arco di costo 1 (una mossa)
- quante sono le configurazioni possibili?

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- che cosa c'entra il gioco dell'otto con le città?
 - ☐ le configurazioni del gioco sono "città"
 - ☐ due configurazioni consecutive sono collegate da un arco di costo 1 (una mossa)
- quante sono le configurazioni possibili?
- $9!$ ovvero $9*8*7*6*5*4*3*2*1 = 362880$

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- che cosa c'entra il gioco dell'otto con le città?
 - ☐ le configurazioni del gioco sono "città"
 - ☐ due configurazioni consecutive sono collegate da un arco di costo 1 (una mossa)
- quante sono le configurazioni possibili?
- $9!$ ovvero $9*8*7*6*5*4*3*2*1 = 362880$
- e per il gioco del 15 va molto peggio: $16!$ sono 20000 miliardi di configurazioni

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

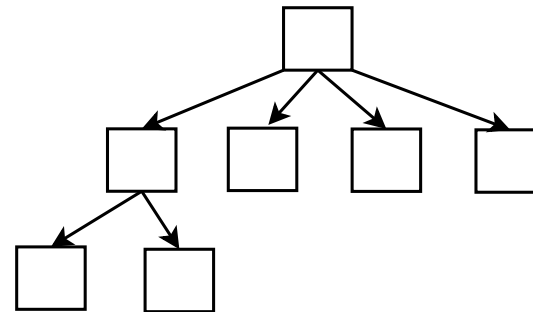
Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- che cosa c'entra il gioco dell'otto con le città?
 - ☐ le configurazioni del gioco sono "città"
 - ☐ due configurazioni consecutive sono collegate da un arco di costo 1 (una mossa)
- quante sono le configurazioni possibili?
- $9!$ ovvero $9*8*7*6*5*4*3*2*1 = 362880$
- e per il gioco del 15 va molto peggio: $16!$ sono 20000 miliardi di configurazioni
- non vogliamo rappresentarle tutte!

- dobbiamo fare una ricerca esplorativa...



Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

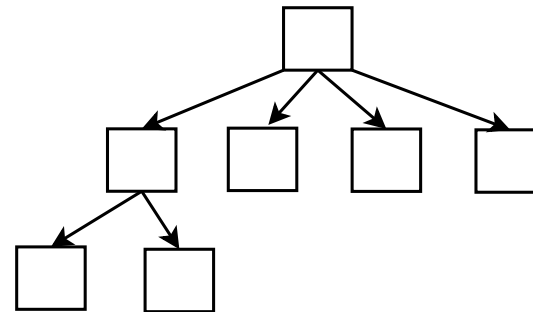
Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

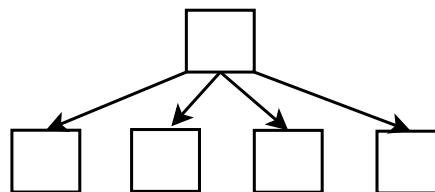
Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- dobbiamo fare una ricerca esplorativa...



- ma allora la ricerca si sviluppa così:



Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

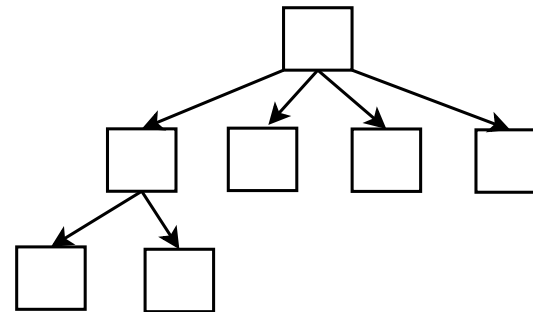
Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

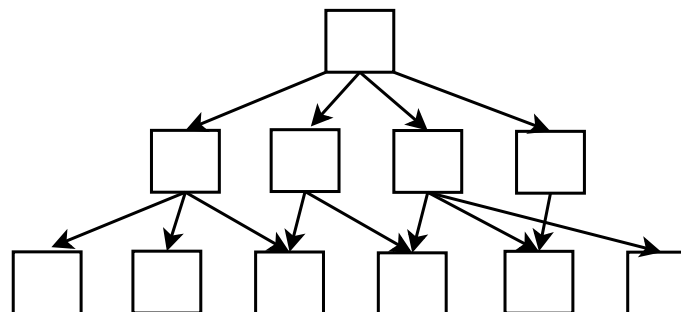
Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

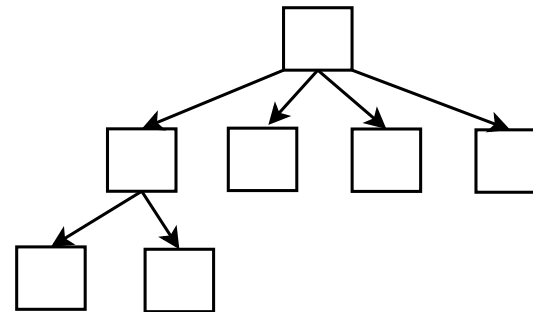
- dobbiamo fare una ricerca esplorativa...



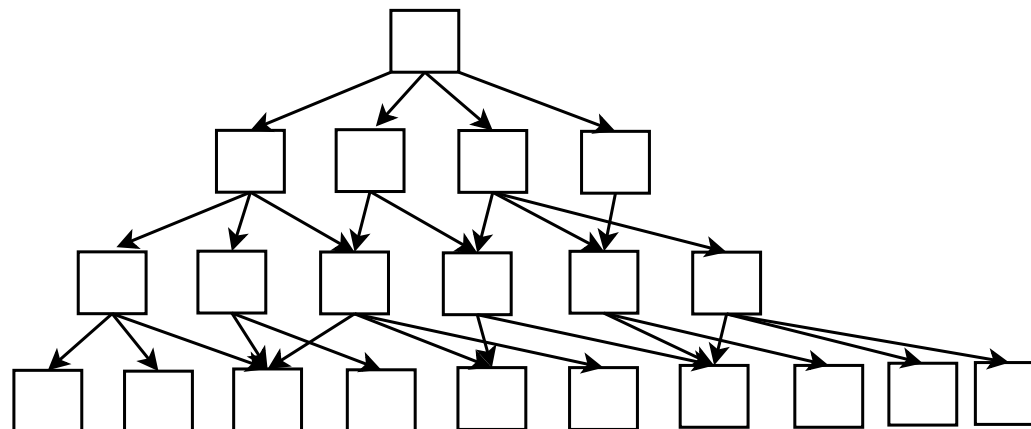
- ma allora la ricerca si sviluppa così:



- dobbiamo fare una ricerca esplorativa...



- ma allora la ricerca si sviluppa così:



Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

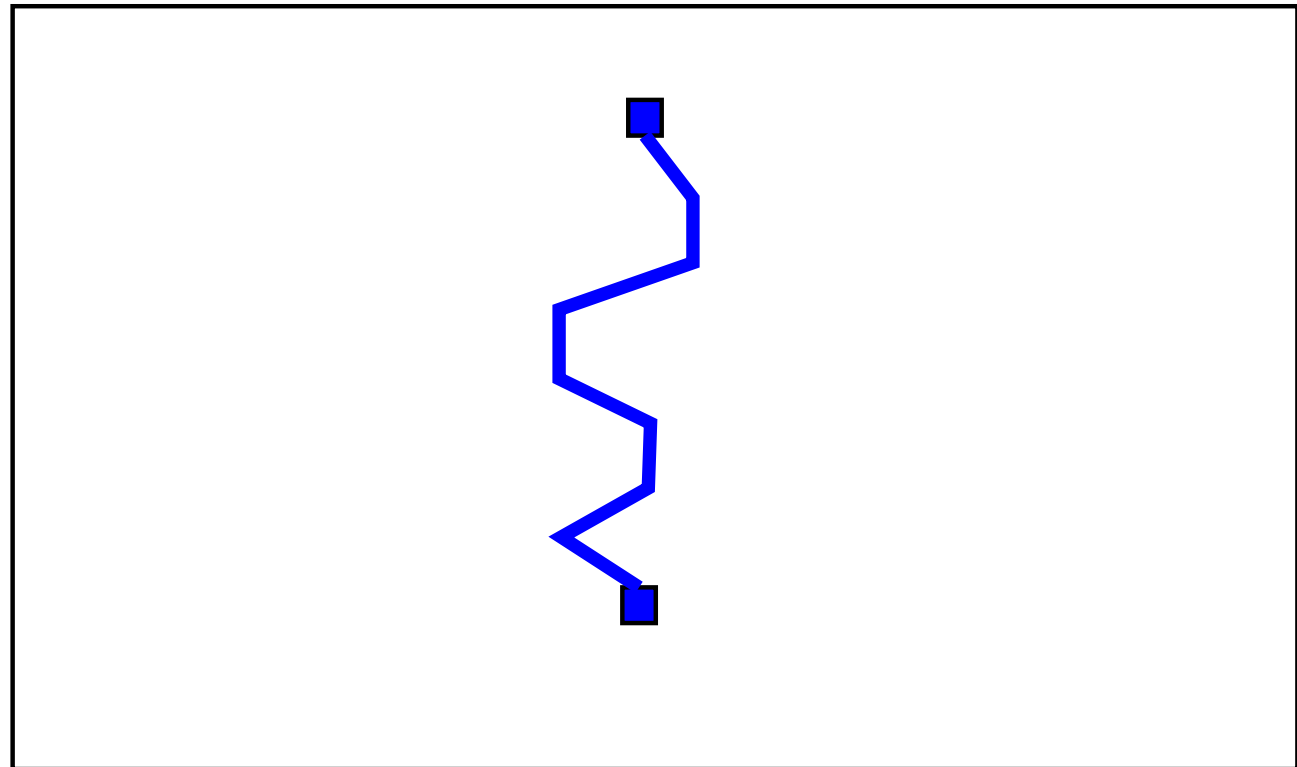
Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco dell'Otto

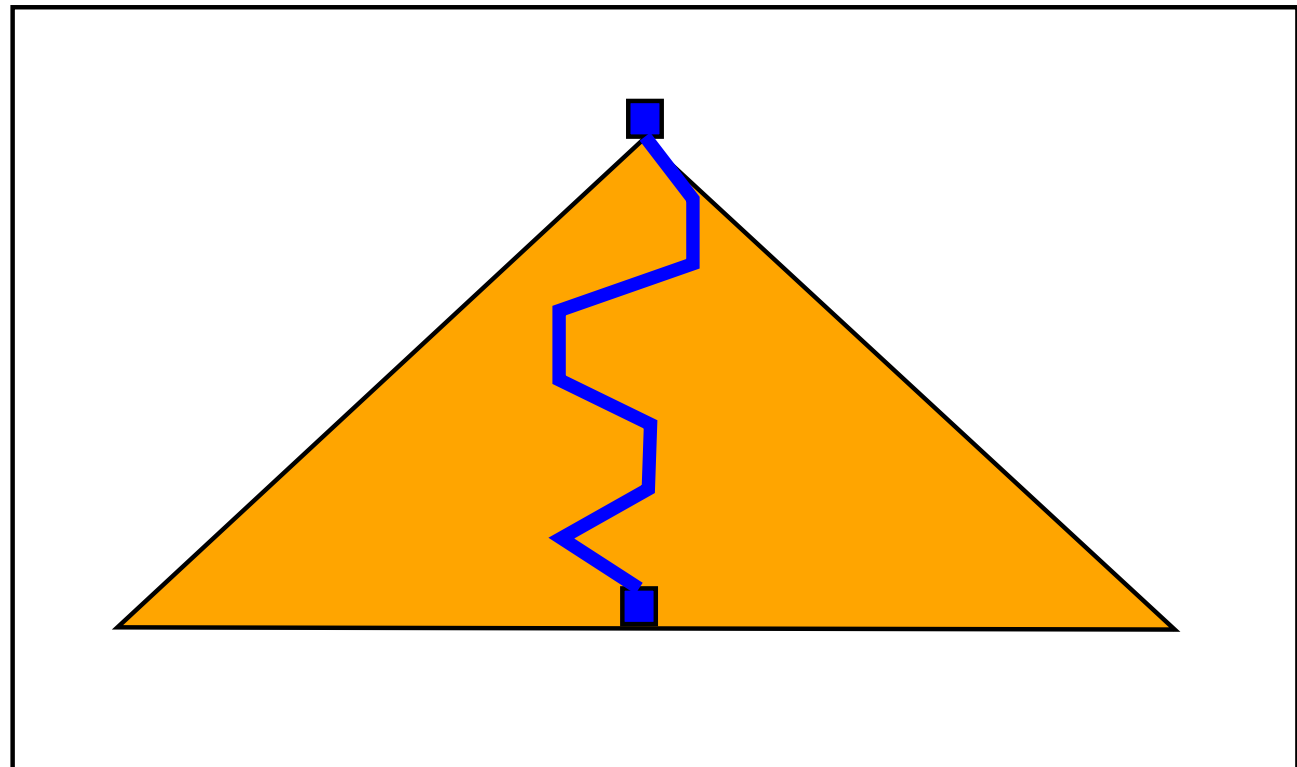
Algoritmo A* per il Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle Missioni Spaziali

se la soluzione ottimale è questa:



la nostra ricerca si sviluppa così:



Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

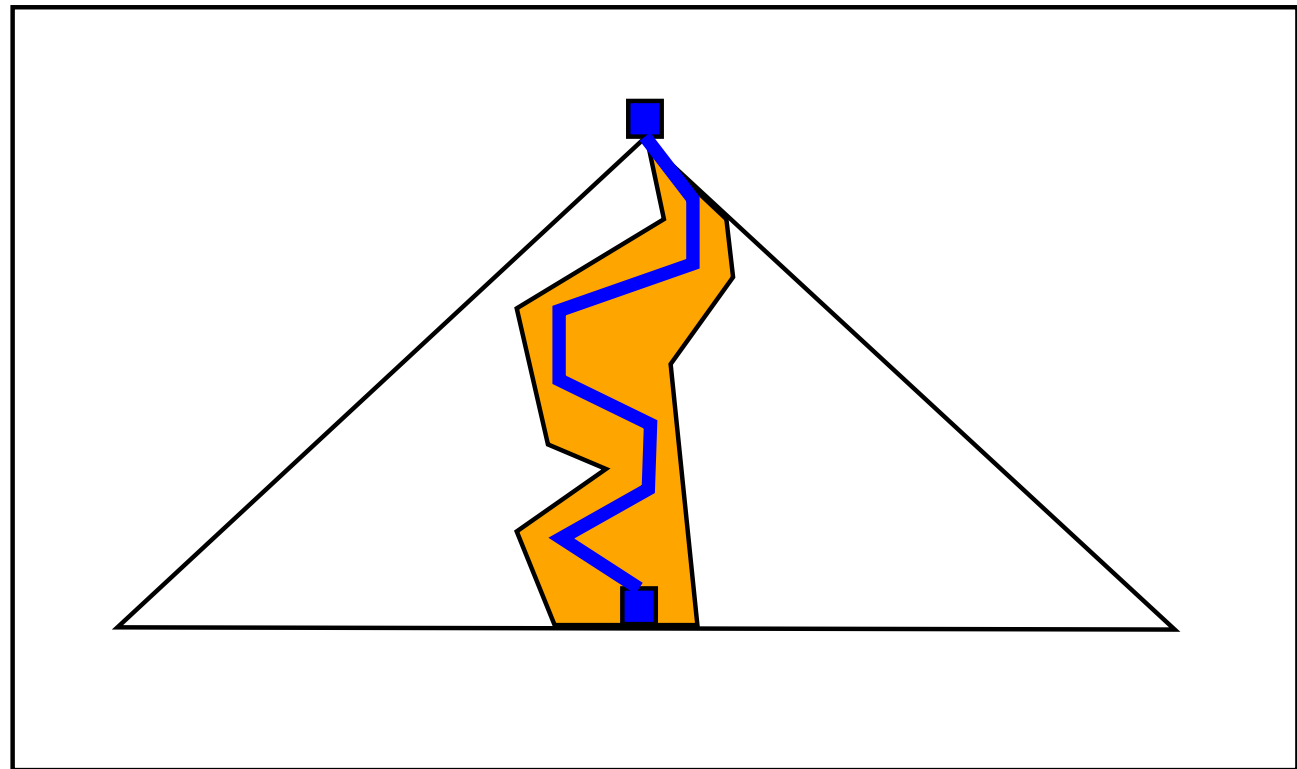
Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

ma noi vorremmo che si sviluppasse così:



Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- calcoliamo il costo di uno stato n come la somma di due misure :
 - ☐ la distanza $dist(n)$ già percorsa dallo stato iniziale
 - ☐ una stima $stima(n)$ della distanza dalla soluzione

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- calcoliamo il costo di uno stato n come la somma di due misure :
 - la distanza $dist(n)$ già percorsa dallo stato iniziale
 - una stima $stima(n)$ della distanza dalla soluzione
- $stima(n)$ si dice *euristica* ed é *ammissibile* se non sovrastima mai il costo vero

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- calcoliamo il costo di uno stato n come la somma di due misure :
 - la distanza $dist(n)$ già percorsa dallo stato iniziale
 - una stima $stima(n)$ della distanza dalla soluzione
- $stima(n)$ si dice *euristica* ed é *ammissibile* se non sovrastima mai il costo vero
- per esempio nel gioco dell'otto contiamo il numero di mosse *libere* per mettere a posto tutte le tessere

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- calcoliamo il costo di uno stato n come la somma di due misure :
 - la distanza $dist(n)$ già percorsa dallo stato iniziale
 - una stima $stima(n)$ della distanza dalla soluzione
- $stima(n)$ si dice *euristica* ed é *ammissibile* se non sovrastima mai il costo vero
- per esempio nel gioco dell'otto contiamo il numero di mosse *libere* per mettere a posto tutte le tessere

2 +

5	6	7
4		8
3	2	1

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto


Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- calcoliamo il costo di uno stato n come la somma di due misure :
 - la distanza $dist(n)$ già percorsa dallo stato iniziale
 - una stima $stima(n)$ della distanza dalla soluzione
- $stima(n)$ si dice *euristica* ed é *ammissibile* se non sovrastima mai il costo vero
- per esempio nel gioco dell'otto contiamo il numero di mosse *libere* per mettere a posto tutte le tessere

2 +

2 +

5	6	7
4		8
3	2	1



Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

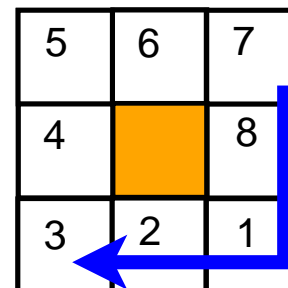
Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- calcoliamo il costo di uno stato n come la somma di due misure :
 - la distanza $dist(n)$ già percorsa dallo stato iniziale
 - una stima $stima(n)$ della distanza dalla soluzione
- $stima(n)$ si dice *euristica* ed é *ammissibile* se non sovrastima mai il costo vero
- per esempio nel gioco dell'otto contiamo il numero di mosse *libere* per mettere a posto tutte le tessere

2 +

2 +

4 +



Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

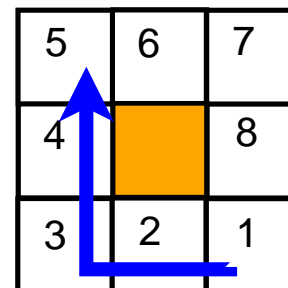
Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- calcoliamo il costo di uno stato n come la somma di due misure :
 - la distanza $dist(n)$ già percorsa dallo stato iniziale
 - una stima $stima(n)$ della distanza dalla soluzione
- $stima(n)$ si dice *euristica* ed é *ammissibile* se non sovrastima mai il costo vero
- per esempio nel gioco dell'otto contiamo il numero di mosse *libere* per mettere a posto tutte le tessere

$$\begin{array}{r} 2 + \\ 2 + \\ 4 + \\ \dots + \\ 4 = \\ \hline 20 \end{array}$$



Soluzione del Gioco dell'Otto

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

1	2	3
7	4	6
5	8	

n0
4

$$\text{espl} = [\text{n0}(4)]$$

Soluzione del Gioco dell'Otto

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

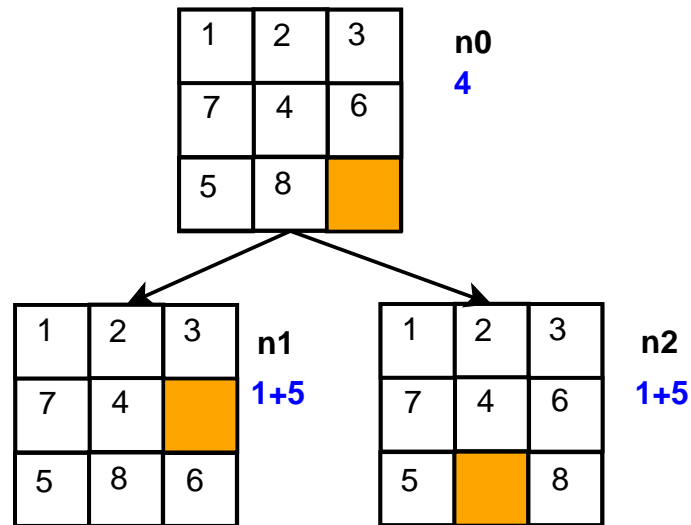
Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali



$$\text{espl} = [\mathbf{n2}(6), \mathbf{n1}(6)]$$

Soluzione del Gioco dell'Otto

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

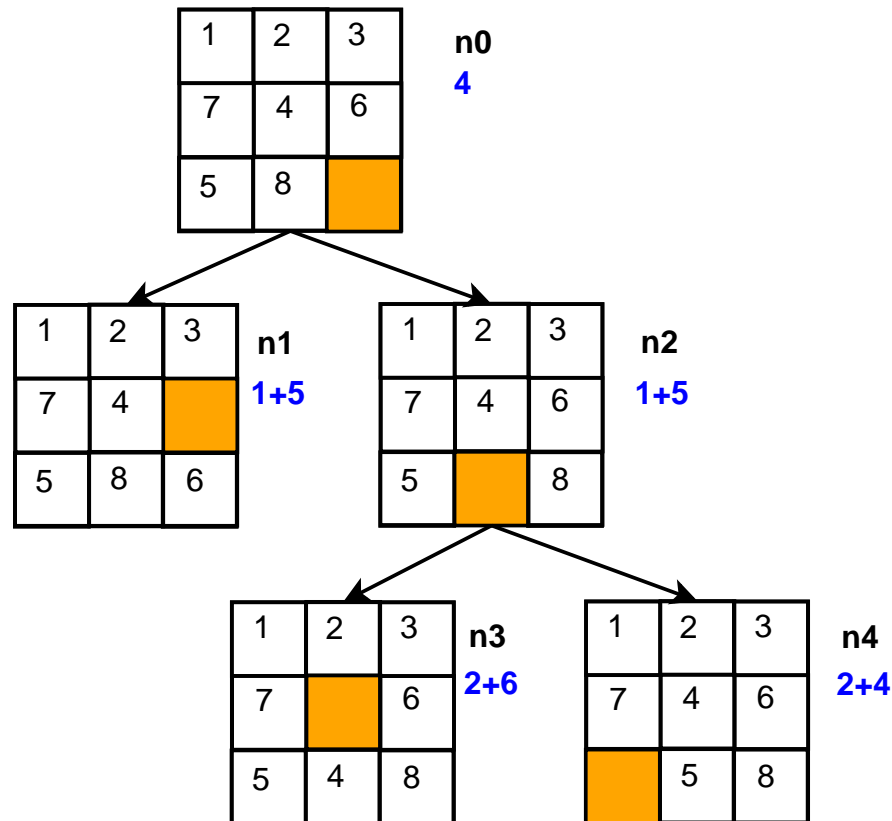
Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali



$$\text{espl} = [\mathbf{n4}(6), \mathbf{n1}(6), \mathbf{n3}(8)]$$

Soluzione del Gioco dell'Otto

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

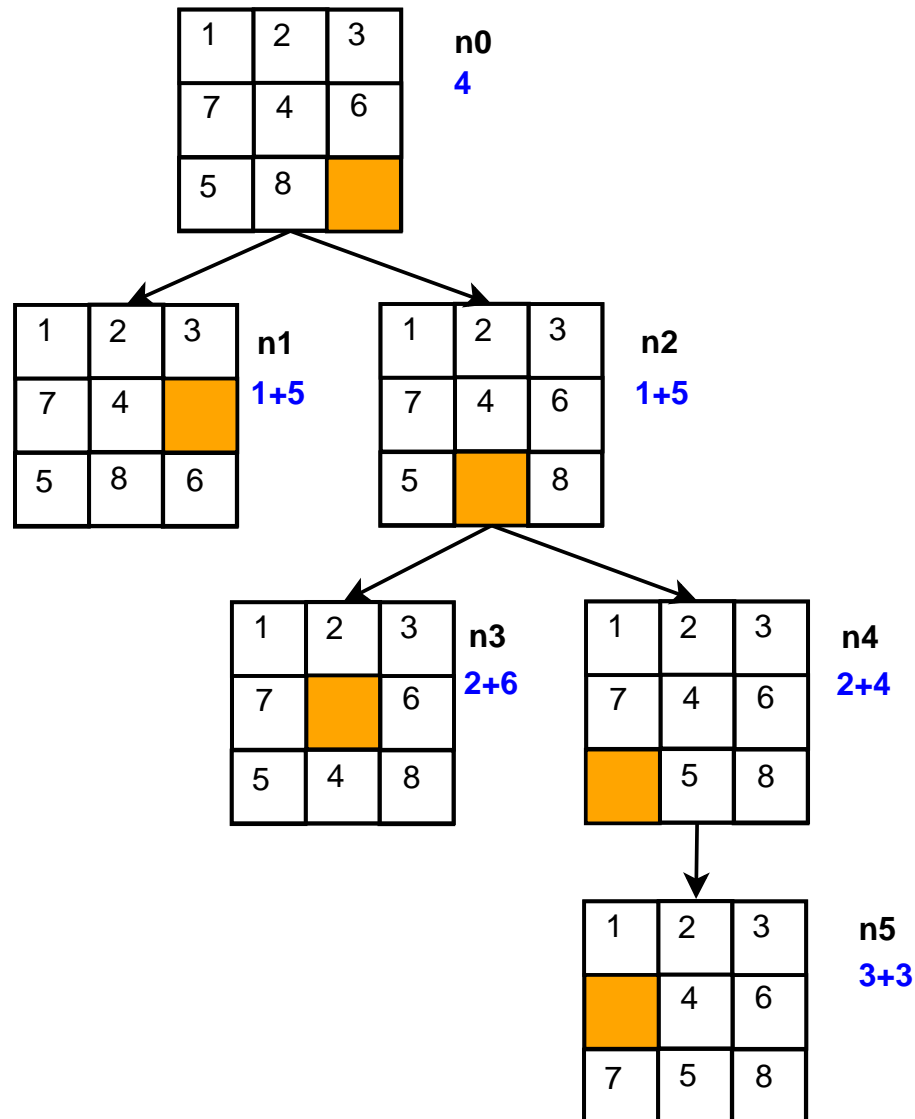
Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali



$$\text{espl} = [\mathbf{n5(6)}, \mathbf{n1(6)}, \mathbf{n3(8)}]$$

Soluzione del Gioco dell'Otto

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

1	2	3
	4	6
7	5	8

n5
3+3

$\text{espl} = [\mathbf{n5}(6), \mathbf{n1}(6), \mathbf{n3}(8)]$

Soluzione del Gioco dell'Otto

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

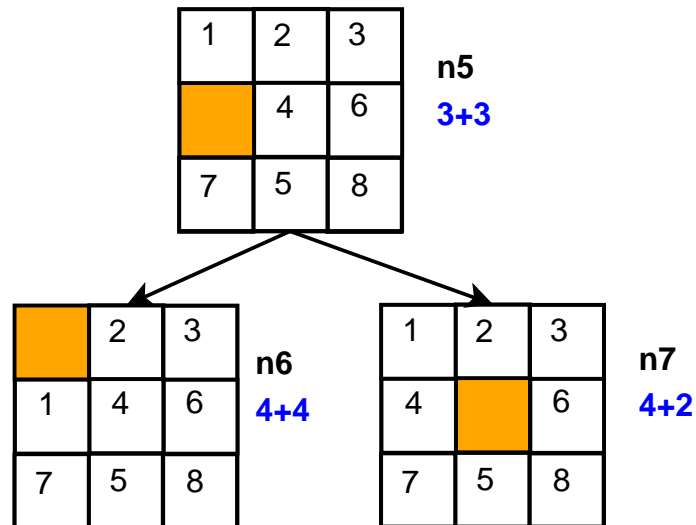
Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali



$$\text{espl} = [\mathbf{n7}(6), \mathbf{n1}(6), \mathbf{n6}(8), \mathbf{n3}(8)]$$

Soluzione del Gioco dell'Otto

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

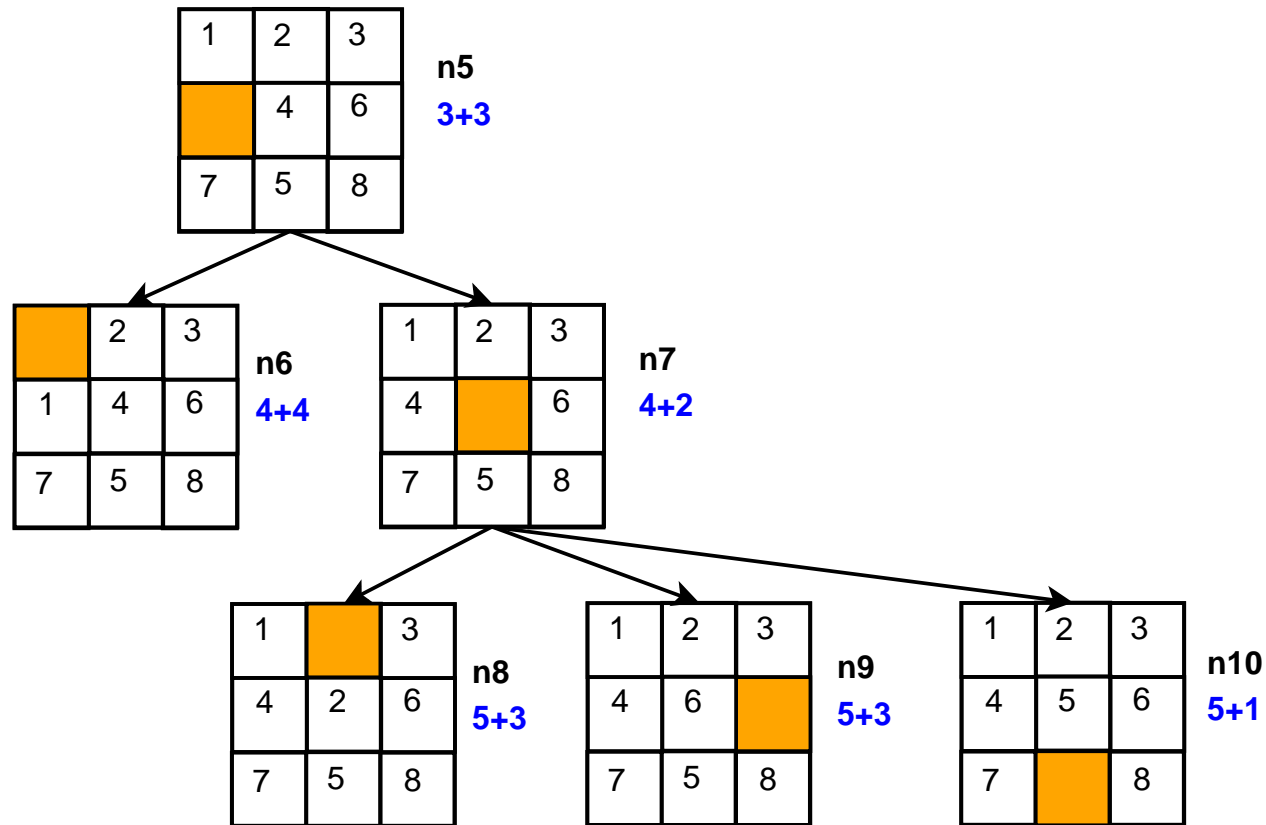
Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali



$$\text{espl} = [\text{n10}(6), \text{n1}(6), \text{n8}(8), \text{n9}(8), \text{n6}(8), \text{n3}(8)]$$

Soluzione del Gioco dell'Otto

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

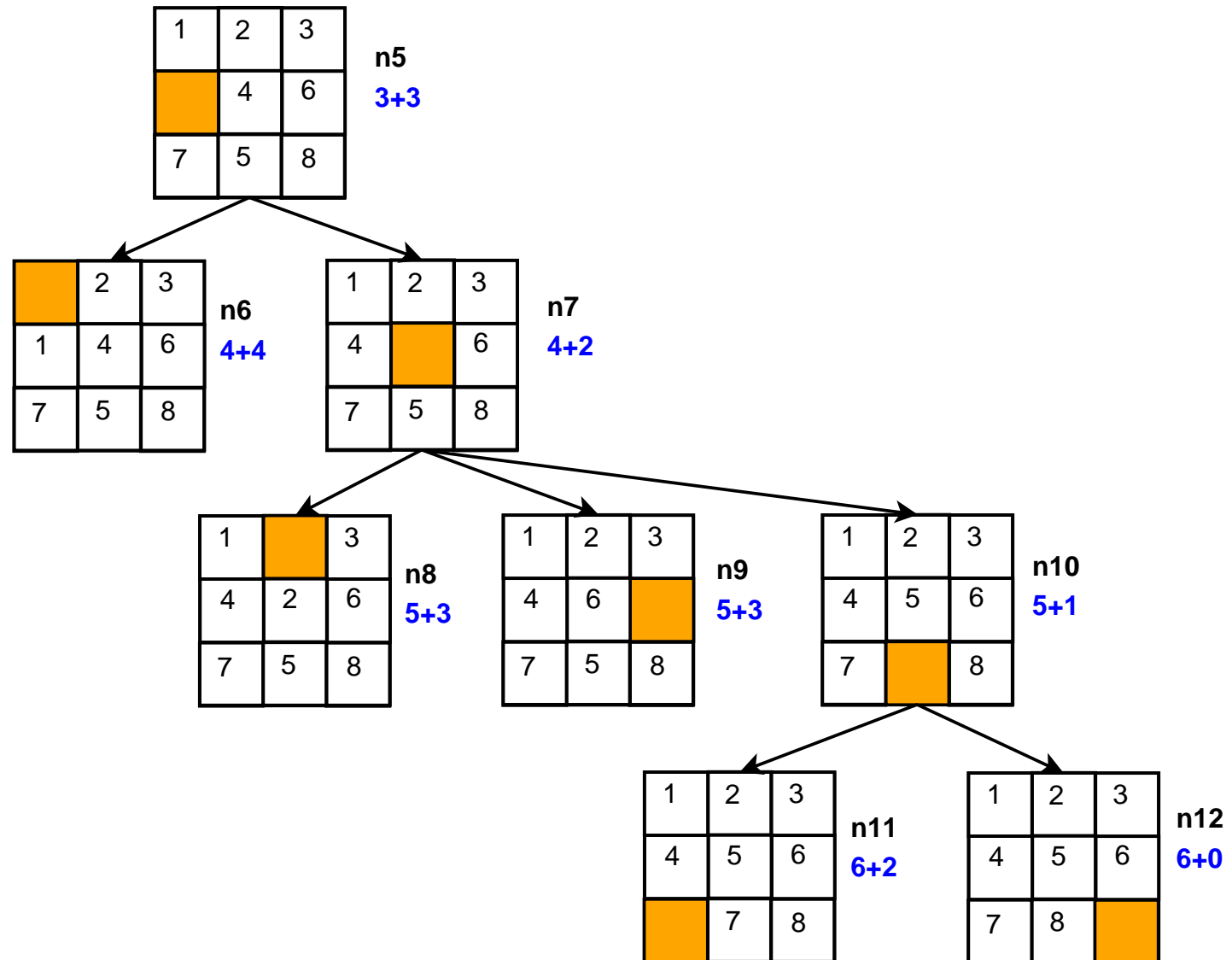
Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali



$$\text{espl} = [\text{n12}(6), \text{n1}(6), \text{n11}(8), \text{n8}(8), \text{n9}(8), \text{n6}(8), \text{n3}(8)]$$

Algoritmo A* per il Gioco dell'Otto

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- dato uno stato iniziale x del gioco dell'otto

Algoritmo A* per il Gioco dell'Otto

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- dato uno stato iniziale x del gioco dell'otto
 - (i) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda $espl$ di vertici da esplorare a $[x]$

Algoritmo A* per il Gioco dell'Otto

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- dato uno stato iniziale x del gioco dell'otto
 - (i) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda $espl$ di vertici da esplorare a $[x]$
 - (ii) scegliere il primo vertice u nella coda $espl$

Algoritmo A* per il Gioco dell'Otto

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- dato uno stato iniziale x del gioco dell'otto
 - (i) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda $espl$ di vertici da esplorare a $[x]$
 - (ii) scegliere il primo vertice u nella coda $espl$
 - (iii) se u è lo stato finale del gioco dell'otto terminare

Algoritmo A* per il Gioco dell'Otto

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- dato uno stato iniziale x del gioco dell'otto
 - (i) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda $espl$ di vertici da esplorare a $[x]$
 - (ii) scegliere il primo vertice u nella coda $espl$
 - (iii) se u è lo stato finale del gioco dell'otto terminare
 - (iv) rimuovere u da $espl$ e generare tutti i successori di u secondo le regole

Algoritmo A* per il Gioco dell'Otto

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- dato uno stato iniziale x del gioco dell'otto
 - (i) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda $espl$ di vertici da esplorare a $[x]$
 - (ii) scegliere il primo vertice u nella coda $espl$
 - (iii) se u è lo stato finale del gioco dell'otto terminare
 - (iv) rimuovere u da $espl$ e generare tutti i successori di u secondo le regole
 - (v) per ogni successore v di u :

Algoritmo A* per il Gioco dell'Otto

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- dato uno stato iniziale x del gioco dell'otto
 - (i) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda $espl$ di vertici da esplorare a $[x]$
 - (ii) scegliere il primo vertice u nella coda $espl$
 - (iii) se u è lo stato finale del gioco dell'otto terminare
 - (iv) rimuovere u da $espl$ e generare tutti i successori di u secondo le regole
 - (v) per ogni successore v di u :
 - se v non è mai stato incontrato settare $dist(v) = dist(u) + 1$ e inserire v in ordine di costo $dist(v) + stima(v)$ in $espl$

Algoritmo A* per il Gioco dell'Otto

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- dato uno stato iniziale x del gioco dell'otto
 - (i) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda $espl$ di vertici da esplorare a $[x]$
 - (ii) scegliere il primo vertice u nella coda $espl$
 - (iii) se u è lo stato finale del gioco dell'otto terminare
 - (iv) rimuovere u da $espl$ e generare tutti i successori di u secondo le regole
 - (v) per ogni successore v di u :
 - se v non è mai stato incontrato settare $dist(v) = dist(u) + 1$ e inserire v in ordine di costo $dist(v) + stima(v)$ in $espl$
 - se $v \in espl$ e $dist(v) > dist(u) + 1$ settare $dist(v) = dist(u) + 1$ e spostare v in ordine di costo $dist(v) + stima(v)$ in $espl$

Algoritmo A* per il Gioco dell'Otto

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- dato uno stato iniziale x del gioco dell'otto
 - (i) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda $espl$ di vertici da esplorare a $[x]$
 - (ii) scegliere il primo vertice u nella coda $espl$
 - (iii) se u è lo stato finale del gioco dell'otto terminare
 - (iv) rimuovere u da $espl$ e generare tutti i successori di u secondo le regole
 - (v) per ogni successore v di u :
 - se v non è mai stato incontrato settare $dist(v) = dist(u) + 1$ e inserire v in ordine di costo $dist(v) + stima(v)$ in $espl$
 - se $v \in espl$ e $dist(v) > dist(u) + 1$ settare $dist(v) = dist(u) + 1$ e spostare v in ordine di costo $dist(v) + stima(v)$ in $espl$
 - (vi) tornare al passo (ii)

Algoritmo A* per il Gioco dell'Otto

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- dato uno stato iniziale x del gioco dell'otto
 - (i) settare $dist(x) = 0$ e inizializzare la coda $espl$ di vertici da esplorare a $[x]$
 - (ii) scegliere il primo vertice u nella coda $espl$
 - (iii) se u è lo stato finale del gioco dell'otto terminare
 - (iv) rimuovere u da $espl$ e generare tutti i successori di u secondo le regole
 - (v) per ogni successore v di u :
 - se v non è mai stato incontrato settare $dist(v) = dist(u) + 1$ e inserire v in ordine di costo $dist(v) + stima(v)$ in $espl$
 - se $v \in espl$ e $dist(v) > dist(u) + 1$ settare $dist(v) = dist(u) + 1$ e spostare v in ordine di costo $dist(v) + stima(v)$ in $espl$
 - (vi) tornare al passo (ii)
- il valore $dist(y)$ è la distanza (minima) tra x e la soluzione

Algoritmo A* nelle Missioni Spaziali

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- una versione modificata di A* (chiamata cd-A*) sviluppata dal MIT di Boston è stata ed è utilizzata dalla NASA

Algoritmo A* nelle Missioni Spaziali

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- una versione modificata di A* (chiamata cd-A*) sviluppata dal MIT di Boston è stata ed è utilizzata dalla NASA
- cd-A* è capace di:
 - ☐ rilevare, localizzare e identificare un guasto nel sistema
 - ☐ generare una sequenza minima di comandi che riportino il sistema in uno stato di funzionamento

Algoritmo A* nelle Missioni Spaziali

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- una versione modificata di A* (chiamata cd-A*) sviluppata dal MIT di Boston è stata ed è utilizzata dalla NASA
- cd-A* è capace di:
 - ☐ rilevare, localizzare e identificare un guasto nel sistema
 - ☐ generare una sequenza minima di comandi che riportino il sistema in uno stato di funzionamento
- nel 1999 la sonda Deep Space 1 è stata controllata per alcuni giorni da un software basato su cd-A*



Algoritmo A* nelle Missioni Spaziali

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

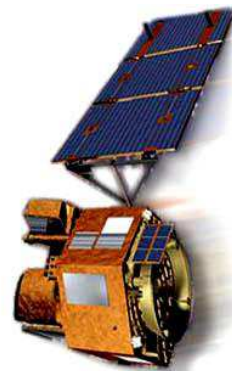
Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- una versione modificata di A* (chiamata cd-A*) sviluppata dal MIT di Boston è stata ed è utilizzata dalla NASA
- cd-A* è capace di:
 - ☐ rilevare, localizzare e identificare un guasto nel sistema
 - ☐ generare una sequenza minima di comandi che riportino il sistema in uno stato di funzionamento
- cd-A* è stato usato anche sul satellite Earth Observer One, lanciato nel 2000 e rimasto attivo fino al 2010



Algoritmo A* nelle Missioni Spaziali

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- è anche stato provato in diversi test a Terra

Algoritmo A* nelle Missioni Spaziali

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- è anche stato provato in diversi test a Terra
- nel test della sonda Cassini
 - ☐ cd-A* ha avuto il compito di trovare una sequenza di comandi che riportasse la sonda in uno stato di funzionamento

Algoritmo A* nelle Missioni Spaziali

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- è anche stato provato in diversi test a Terra
- nel test della sonda Cassini
 - ☐ cd-A* ha avuto il compito di trovare una sequenza di comandi che riportasse la sonda in uno stato di funzionamento
 - ☐ il numero di possibilità potenzialmente da esplorare era di circa 10^{48} , un numero enorme

Algoritmo A* nelle Missioni Spaziali

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

- è anche stato provato in diversi test a Terra
- nel test della sonda Cassini
 - ☐ cd-A* ha avuto il compito di trovare una sequenza di comandi che riportasse la sonda in uno stato di funzionamento
 - ☐ il numero di possibilità potenzialmente da esplorare era di circa 10^{48} , un numero enorme
 - ☐ nei test effettuati, cd-A* ha visitato al più 100 nodi

Distanze Minime

Soluzioni Ottimali

Il Gioco dell'Otto

Ricerca Euristica

Soluzione del Gioco
dell'Otto

Algoritmo A* per il
Gioco dell'Otto

Algoritmo A* nelle
Missioni Spaziali

Grazie... avete domande?